

COMPUTADORES Y COMUNICACIONES EN EL CURRÍCULO MATEMÁTICO

Aplicaciones a la Enseñanza Secundaria¹

Fidel Oteiza Morra²
Juan Silva Quiróz y
Equipo Comenius / USACH³
Enero, 2001

RESUMEN

En este trabajo se analiza la relación que existe entre la tecnología informática y el currículo matemático en su nivel secundario. En particular, en la búsqueda de aprendizajes significativos, se explora cómo la tecnología se asocia con la matemática como disciplina. El análisis continúa desde el proceso de incorporación de las tecnologías de la información a la educación, considerada la experiencia internacional en el tema; se enfoca, luego, la relación entre la tecnología y el currículo matemático, tal como propone la reforma en curso en el país; se agrega luego una mirada desde lo observable en el aula, los usos, las prácticas de los profesores interesados. Por último, se analizan las barreras que el uso de estas tecnologías ha encontrado en su ingreso al aula, así como las tareas pendientes, en vista de un mejor aprovechamiento de las tecnologías de la información y las comunicaciones en la sala de matemática.

Summary

An analysis is made of the relationship between information technology and the secondary School mathematics curricula. Motivated by the search for meaningful learning, the relationship between computer technologies and mathematics, as a discipline, was explored. On the basis of the international experience, the process of introduction of the information technologies in education was briefly reviewed. Next, from the point of view of the reform, now in progress in the country, the relation between those technologies and the mathematics curriculum was analyzed. To complete the analysis, the point of view of the classroom was added: most frequent uses, and teacher's practices, as related with computers and communications. Finally, in order to enhance their use, for better results in learning, the barrier the technology has encounter to be used in the classroom, were discussed.

¹ Trabajo presentado en la V Reunión de Didáctica Matemática del Cono Sur, 10 al 14 de enero 2000, Universidad de Santiago de Chile.

² Profesor titular del Departamento de Matemática y Ciencias de la Computación de la Universidad de Santiago y Director del centro Comenius de la misma Universidad, un Centro Zonal del proyecto nacional Enlaces.

³ Centro para el Desarrollo de Innovaciones en Educación de la Universidad de Santiago de Chile: www.comenius.usach.cl
Con la colaboración de Pedro García.

PRESENTACION

Las preguntas que dieron origen a este artículo se refieren a las relaciones entre la tecnología informática, en sus modalidades de computación y comunicaciones, y el aprendizaje de la matemática. Aunque las respuestas exceden un espacio como el presente, se las enuncia para explicitar la dirección que siguió el pensamiento de los autores.

¿Qué relación existe entre la tecnología informática y la matemática?

¿Cuáles son las tendencias en el uso de las tecnologías de la información en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática?

¿Cómo se relacionan los nuevos objetivos del programa de estudios con las tecnologías de la información?

¿Qué uso se le puede dar a estas tecnologías en el aula de matemática?

¿Qué hace que haya sido tan difícil para tantos profesores de matemática incorporar estas tecnologías en sus prácticas?, ¿Por qué los profesores de la disciplina se interesan tan poco por estas prácticas?

Y, una pregunta central: ¿cuáles son las prácticas asociadas al uso de estas tecnologías en la vida profesional de un profesor de matemática, y cómo se puede apoyar el necesario proceso de ajuste que estas prácticas requieren?

Se eligieron tres miradas para abordar las preguntas.

La primera explora la cuestión desde las relaciones más salientes o productivas – en aplicaciones educacionales – entre la matemática, como disciplina, y la tecnología informática. Se puede afirmar que la relación entre ambas disciplinas es muy estrecha, se produjo desde antes de la construcción de un computador operacional; ha sido muy productiva y, al observar el impacto en la sala de matemática, esta relación ha generado experiencias variadas y potentes desde el punto de vista de lo que permite aprender y a la edad en que esos aprendizajes son posibles; el currículo matemático ha sido influido por la tecnología y, lo que no es tan positivo, esas experiencias se han limitado a algunos aspectos del currículo y ha impactado de modo desuniforme la sala de clases de matemática.

La segunda mirada sigue de cerca las metáforas que caracterizan las sucesivas transformaciones que la aplicación de estas tecnologías a la educación ha experimentado. Desde la tríada de Taylor (1980): “tutor”, “aprendiz” y “herramienta”, a la alfabetización, multimedia, comunicaciones, herramientas integradas y la creciente transparencia de la tecnología, que sigue al aumento de memoria, los incrementos de velocidad de los procesadores, entre otros desarrollos, para acercarse a la “máquina universal” y la enorme variedad de ofertas que es posible observar en la actualidad.

La tercera mirada se realizó a partir del currículo propuesto para la enseñanza media (secundaria) por la reforma en curso y de la experiencia observada en establecimientos que participan en Enlaces. Se buscó detectar lo que hacen los docentes en la enseñanza y en el aprendizaje de la matemática; conocer el software que utilizan, la forma en que lo hacen; los resultados que pueden haberse obtenido y las lecciones que comienza a entregar esa experiencia.

Distintas miradas para acercarnos al campo de modo que muestre su potencial; que sea posible detectar lo que se hace en la escuela o en el liceo, que el docente encuentre caminos adecuados y/o confirmaciones para sus intuiciones y desarrollos; que los que diseñan políticas, orientan el campo o realizan investigación, perciban las líneas con potencialidad, los vacíos teóricos y las falencias en la implementación de estos recursos en el área que nos ocupa.

La reflexión y los análisis fueron hechos a partir de la experiencia del equipo de Comenius, en tanto Centro Zonal del proyecto nacional Enlaces⁴. Un equipo que ha explorado, aplicado e investigado en el área que nos ocupa desde 1986 y que ha participado activamente en Enlaces desde 1995. El lector percibirá los sesgos de los autores. Podemos anticipar que conocemos más el software de producción que el de enseñanza. En efecto, la filosofía educacional de los autores privilegia la producción por parte del que aprende por sobre la recepción y la exploración realizada por los alumnos por sobre la clase dictada por el docente. Consecuentemente, el trabajo remite principalmente a experiencias y aplicaciones orientadas a producir, calcular, graficar, modelar, explorar, visualizar, clasificar, comparar, aplicar, informar, simular o aplicaciones en que se integra la matemática a otras disciplinas. Eso no significa que no exista abundante y valioso software para aprender matemática desde la pantalla. Los programas de ejercitación y práctica siguen produciendo aprendizaje detectable por medio

⁴ Enlaces, es un proyecto con base en el Ministerio de Educación, que tiene por objeto la apropiación de la tecnología informática por parte de los docentes del sistema educativo chileno. Es una de las componentes del programa de Mejoramiento de la Calidad y la Equidad en la Educación (MECE). Su ejecución la realizan seis “centros zonales” y un conjunto de “unidades ejecutoras” ubicados en universidades de todo el territorio nacional.

de los instrumentos habituales de evaluación y es perfectamente válido que un estudiante prepare su prueba de aptitud académica apoyado por un "tutorial"; o que un docente asigne ejercicios de práctica a estudiantes que lo requieren, haciendo uso de software de ejercitación ("Drill and Practice").

MATEMÁTICA Y TECNOLOGÍA INFORMÁTICA

Al comienzo de la década del cincuenta, el matemático húngaro - norteamericano, John Von Neumann, jugaba con la idea de máquinas que hiciesen máquinas. (...) Lo que le interesaba a Von Newman era la idea de máquinas que pudiesen reproducirse a sí mismas. (...) No buscaba una raza de monstruos, simplemente se preguntaba si tal cosa era posible. ¿Habría alguna contradicción interna en la noción de una máquina que se reprodujera a sí misma? (...) Luego se preguntó si una máquina podía construir un ingenio más complejo que ella misma. Luego los descendientes de tal máquina podrían ser más elaborados y no existir límites a la complejidad. (Pundstone, 1985, p. 13).

Para ilustrar esta relación, se propone ahora una mirada rápida a los puntos de encuentro entre ambas disciplinas que han dejado rastros en la sala de clases o, alternativamente, se pueden explorar para que así sea. Es importante observar cómo estas aplicaciones siguen de cerca el desarrollo de la tecnología y su difusión al hacerse alcanzable por un número creciente de instituciones y personas.

Fue el matemático John Von Neumann el que en un escrito de enorme impacto, definió la estructura de una máquina programable con capacidad para modificar su actuación de acuerdo con el curso que toma el programa. Al día de hoy se usan máquinas con "arquitectura Von Newman".

En los laboratorios de la Universidad de Cambridge, John Horton Conway creó el programa "LIFE". La cita con que se inició esta sección está tomada de un libro interesante acerca de esa exploración de las ideas de Von Newman. LIFE es un programa que permite estudiar la creación de entes con capacidad de emular aspectos que asociamos a la vida. LIFE tiene como base una estructura axiomatizada. Consecuentemente, axiomas, reglas, estructuras y otros conceptos matemáticos pueden y han sido estudiados por miles de estudiantes haciendo uso de este programa.

Con la aparición de computadores en las universidades y los grandes centros de investigación hizo su aparición FORTRAN (FORmula TRANslator). En su estructura está la noción de fórmula y en su dinámica la de función, dos modelos básicos de la matemática. La aplicación más difundida en la clase de matemática fue el "cálculo numérico", presente en los programas de estudio de las carreras ligadas a las ciencias básicas, en particular a las ingenierías.

Luego se desarrolló una versión para educación de FORTRAN, el BASIC. Este fue un producto de la sala de clases que luego tuvo amplia difusión cuando la industria buscó "algo que ponerle dentro" a los primeros micro computadores recién salidos de sus fábricas en 1976 y 1977. BASIC fue la primera aplicación computacional que dio la vuelta al mundo e inspiró el movimiento que en las palabras del profesor Hernán Cortés Pinto de la Pontificia Universidad Católica, se resume en "enseñe matemática a su computador". En la terminología de Robert Taylor (1980), el computador actúa como "aprendiz". En su aplicación en la sala de clases, este desarrollo se manifestó en profesores que le enseñaron programación a sus alumnos y en alumnos que aplicaron la programación, por ejemplo, para trabajar con fórmulas matemáticas, iteraciones, aproximaciones, gráficas y otras aplicaciones para la comprensión de modelos matemáticos.

El desarrollo de LOGO en Massachusetts, creado por Seymour Papert (Papert, 1980) en el Laboratorio de Medios del Massachusetts Institute of Technology, introdujo la posibilidad de "enseñarle geometría y recursión al computador". Es conocido el impacto mundial de esta *geometría de la tortuga*. Entre paréntesis, es interesante rastrear sus relaciones con la teoría general de sistemas de Von Bertalanffy y los ingenios mecánicos en las exploraciones tecnológicas de la biología⁵. De hecho LOGO se desarrolló en el mismo ambiente intelectual en que vivieron las preguntas de Von Newman. Las posibilidades de este lenguaje son enormes y en la enseñanza básica totalmente vigentes. Propiedades de las figuras geométricas, relaciones en el plano, coordenadas, congruencia y semejanza, son algunos de los conceptos que pone en práctica un alumno con LOGO. La programación del lenguaje pone al alcance de niños la recursión y la exploración de transformaciones y otros conceptos avanzados.

⁵ Uno de estos artefactos fue una tortuga que dejaba sus rastros en una superficie, de allí la tortuga de la pantalla del LOGO.

Los procesadores rápidos de la década del 90 y el desarrollo de las interfaces operativas gráficas como el Finder de Apple y el Windows de Microsoft, permitieron el desarrollo de procesadores simbólicos: DERIVE, MATHEMATICA, MAPLE, MATHLAB, entre otros. Esta es una relación muy estrecha entre la matemática como disciplina y la tecnología informática. Se trata de programas que resuelven, calculan, simplifican, desarrollan en series y grafican expresiones del álgebra y del cálculo por medio de símbolos. Son utilizados por matemáticos profesionales y docentes. Ha tenido un impacto importante en la enseñanza del cálculo. Es imposible resumir aquí las posibilidades que se abren para la exploración de conceptos y procedimientos matemáticos con estas herramientas. Estos paquetes permiten generar secuencias de situaciones para ser resueltas por el estudiante y confirmadas, mediante expresiones simbólicas, por el sistema. Expresiones complejas pueden ser simplificadas; el alumno puede anticipar la forma que toma una expresión y luego observar cómo la reduce o interpreta el sistema; con unos "golpes" del "mouse" o apretando unas pocas teclas, el usuario puede observar una sucesión de casos para una fórmula o una expresión. En las referencias se entrega información para continuar el tema, sea por libros, sistemas computacionales, especialistas en el país o en Internet.

A la par con los procesadores simbólicos, surgieron los procesadores geométricos: CABRI GEOMETRE en Francia, GEOMETRIC SUPPOSER en Estados Unidos (el GEOMETRA en su versión en español), entre los más conocidos. Se trata de poderosas máquinas para conjeturar relaciones geométricas y poner a prueba esas conjeturas; para explorar construcciones, para poner a prueba ideas. Por ejemplo, para "teselar" el plano tal como lo pide el nuevo programa de Primero Medio. El usuario puede construir figuras, circunscribirlas o inscribirlas, bisectar ángulos, determinar lugares geométricos, determinar posiciones en relación con sistemas de coordenadas, determinar longitudes y áreas, superponer figuras, determinar puntos de intersección, trazar paralelas, entre otras operaciones de la geometría. Si lo que se busca es aprendizaje por exploración, conjeturas o proyectos en los que los alumnos generan situaciones de su interés, estos procesadores son una herramienta que el docente valorará. ¿Cuántos dibujos se realizan en la pizarra para mostrar el concepto de arco capaz? ¡Una gráfica dinámica del CABRI o del GEOMETRA resume cientos de imágenes en la pizarra!

Otra herramienta de gran valor, muy subutilizada en la práctica, es la planilla electrónica. La relación entre la planilla electrónica y la matemática salta a la vista. La estructura básica recuerda al cuaderno de matemática y es una tabla de doble entrada (una gran matriz). Las fórmulas y los gráficos se prestan para representar y hacer variar modelos matemáticos. En un trabajo realizado por una alumna de la Licenciatura en Educación Matemática y Computación de la USACH, el docente puede encontrar cómo EXCEL puede actuar como un procesador simbólico⁶ (Lagos, 1997). En este trabajo la autora usa la planilla electrónica en combinación con macros programadas en BASIC. De ese modo, EXCEL crea gráficas y simulaciones muy similares a las de un procesador simbólico, con la ventaja de que está en muchos establecimientos del país. Sjöstrad (1994) propone también una variedad de aplicaciones con modelos orientados hacia la matemática superior.

Otra aproximación distinta, pero muy sugerente es la que surge de PROLOG (Colmerauer, 1978). Este lenguaje, permite la programación en lógica y hacer teoría matemática en la sala de clases en cualquier nivel, ya que su estructura de funcionamiento remite a un demostrador automático de teoremas. También permite la exploración de la recursividad y la simulación de procesos complejos, como el clásico problema de las torres de Hanoi. La estructura del motor de inferencia de PROLOG se basa en los trabajos del lógico - matemático J.A. Robinson (1965, 1965a). Se trata de un resultado sorprendente: si los axiomas de una teoría y el enunciado de un teorema en la misma se expresan convenientemente – en forma clausal – la demostración de la veracidad o falsedad del teorema se puede realizar en forma automática. Eso es lo que hace un programa en PROLOG, "demuestra" teoremas en un ambiente en el que los axiomas o supuestos constituyen lo que se llamaría el programa. Programar en lógica permite poner a un alumno en contacto con una estructura homóloga a una teoría matemática.

Tanto los procesadores simbólicos, los geométricos, las planillas electrónicas y los lenguajes de programación son una oportunidad magnífica para introducir a los niños y jóvenes en una actividad matemática de orden superior y de largo alcance, la modelación de fenómenos y situaciones, incluido el caso de los modelos estadísticos.

De otra parte, la tecnología multimedial, la visualización y la simulación con fuertes componentes gráficas, debe mucho a los modelos matemáticos y, a su vez, la matemática encontró una nueva forma de explorar objetos geométricos y de otra especie. Es más, encontró objetos no imaginados ni descubiertos por los matemáticos antes de la existencia de estas herramientas y ayudó a imaginar otros tantos. Ver, transformar, extender, rotar, reflejar, yuxtaponer, determinar envolventes, inscribir - la lista de verbos es larga- y las posibilidades de observar lo que sucede con entes matemáticos es

⁶ Trabajo de titulación realizado por María Ester Lagos y dirigido por Máximo González, para obtener el título y el grado de la Licenciatura en Educación Matemática y Computación de la USACH.

muy potente. Se ha generado un nuevo encantamiento con la imagen. La "visualización" ha llegado a ser un tema importante en la educación matemática. Internet es una fuente inagotable de estos objetos. El matemático profesional, R. Steen – Presidente de la Sociedad de Matemática de los Estados Unidos al comienzo de la década del noventa, afirmó: "los computadores han cambiado la historia de las matemáticas modernas" (Steen, Ed. 1990).

Otra dimensión importante se refiere a la simulación. En efecto, agregando movimiento e interacciones con información aportada por el usuario, se puede simular fenómenos o situaciones en las que es posible analizar los diversos estados de un modelo a partir de información provista por el usuario. ¿Cómo varía la posición del planeta si cambia la velocidad orbital?, ¿cuál es el efecto de modificar la masa del objeto que rota en torno a una masa gravitatoria?, ¿cómo cambia el presupuesto si se reduce en un 5% el ítem de gastos en recursos materiales? Son todas preguntas que refieren a modelos matemáticos. Aprender haciendo puede tomar otro rumbo si se formulan las preguntas correctas, en el momento correcto y se usan las herramientas correspondientes que permitan simular el modelo e intentar respuestas a partir de su manipulación.

El desarrollo actual de las comunicaciones, materializado en Internet y el Web – hecho posible por el desarrollo del NCSA Mosaic en la Universidad de Illinois, posteriormente lanzado al mercado a través de sucesivas versiones de Netscape y Explorer- representa la explosión de las alternativas, los productos y las posibilidades: el acceso a grandes bases de datos, la información y el conocimiento, la cooperación, la búsqueda y recuperación de información, la apertura de los horizontes y de las escuelas, la metáfora de la sociedad del conocimiento. También entre Internet y la matemática existe un nexo potente. La teoría de la información de Shannon y los que lo siguieron, así como la teoría de códigos son parte de esa conexión. De vuelta, la matemática puede encontrarse en una multiplicidad de formas en la red. El docente puede obtener imágenes, visualizaciones, como se señaló antes, también simulaciones y diversas formas de enseñar o de aprender matemática. ¿Necesita un programa para visualizar y explorar las transformaciones del plano? ¿Le interesa una versión del programa LIFE?, ¿desea que sus alumnos exploren simulaciones con proporcionalidad directa e inversa? Internet las provee.

En un artículo reciente - refiriéndose a las capacidades y posibilidades abiertas a la comunidad educativa por el Web- Rodolfo Vega (1999, p. 1), desde la Universidad de Pittsburgh, argumenta que "éstas permiten compartir información a la vez que colaborar en el proceso de construcción y validación del conocimiento, acorde con las reglas que las comunidades intelectuales específicas han desarrollado basadas en sus tradiciones disciplinarias". Esto implica acercarse a un proceso más creativo y cercano a cómo ha sido tradicionalmente construido y validado el conocimiento que tenemos del mundo en la actualidad, lo que se distancia en forma dramática de las formas tradicionales de enseñanza usadas hasta ahora. Más aun, este mismo autor sostiene que "la enorme cantidad de información a la que puede acceder cualquier persona que tenga un computador conectado a Internet, nos fuerza a reestudiar las teorías que explican las formas y el cómo los seres humanos perciben y construyen realidades y, del mismo modo, las formas en que éstas pueden ser aprendidas".

De lo anterior, se concluye que para el docente y para el estudiante, relacionarse con estos desarrollos es estar en contacto con parte importante de la producción intelectual en la materia en que el docente cultiva y, por sobretodo, con una oportunidad (Vega, 1999). Existe una asociación muy estrecha entre la matemática y la tecnología digital.

Hacia una tecnología transparente, conectada y que se acerca a la "máquina universal" de Turing. El lógico inglés Alain Turing desarrolló la teoría de autómatas que ha sido decisiva en el desarrollo de la ciencia de la computación y de la tecnología que la acompaña. El concepto de máquina universal – aquella que puede ponerse en correspondencia 1-1 con cualquier sistema formalmente expresable - es la metáfora a la que se acerca el computador. Las aplicaciones de esas máquinas son, por lo tanto, inimaginablemente variadas y numerosas. Esta metáfora sirve para cuantificar y cualificar el campo de las aplicaciones de la tecnología tanto al desarrollo de la matemática como disciplina como para su enseñanza o aprendizaje. En la medida que la electrónica permite el desarrollo de esta tecnología, sus aplicaciones tienden a ser más "transparentes" y "omnipresentes" en la actividad humana. Esto genera aplicaciones en las que cada vez hay que saber menos de tecnología y más de las materias específicas en las que interviene el sistema y, simultáneamente, que más personas están creando soluciones, ideas, conceptos o variaciones de los contenidos de esas materias.

Se puede concluir que la relación entre la matemática y la tecnología informática es muy fuerte, se dio desde el comienzo de la creación de estas tecnologías y está presente en la mayor parte de los desarrollos actuales de la computación y las comunicaciones. A la inversa, la tecnología ha tenido un efecto importante en el desarrollo actual de la matemática.

Para el docente y para el estudiante, estar en contacto con estos desarrollos es estar en relación con parte importante de la producción intelectual en la materia en que el docente cultiva. Existe una asociación muy estrecha entre la matemática y la

tecnología digital. Es cuestión de los educadores – en cada nivel en que le corresponde trabajar – el lograr que esa conexión esté al servicio de los aprendizajes de los niños y jóvenes.

DESDE EL DESARROLLO DEL CAMPO DE LA INFORMÁTICA EN LA EDUCACIÓN

La experiencia internacional de las aplicaciones educativas de las tecnologías de la información, son un telón de fondo que permite ubicar la experiencia en el ámbito de la enseñanza y el aprendizaje matemático. Las aplicaciones educativas de los computadores y las comunicaciones siguen de cerca lo que ha sucedido con la tecnología.

Los primeros pasos se realizaron en la década del sesenta, con computadores de grandes dimensiones y concentrados en pocas universidades e instituciones del mundo desarrollado. En 1977 salieron al mercado los primeros microcomputadores y la posibilidad de aplicar las tecnologías de la información en la escuela creció y se hizo posible para gran cantidad de países.

En esta mirada haremos uso de un análisis que se basa en las ideas de Taylor (1980) que caracterizó los énfasis que la comunidad de educadores dio a los usos de la tecnología mediante las **metáforas que orientaron a los creadores de las aplicaciones**.

El computador como tutor

La primera orientación, como ya se señaló, fue pensar el computador como una máquina de enseñanza. Se trata de las modalidades "tutor" y "ejercitación y práctica". Al actuar como tutor, la pantalla entrega información, le pide al estudiante que responda algún desafío basado en esa información y luego el programa – con diferentes niveles de complejidad y de efectividad – le da un feedback al estudiante. De ese modo, en una secuencia diseñada el alumno recorre los caminos preparados por los autores del programa. Los programas de ejercitación ofrecen secuencias graduadas de ejercicios en un área. Secuencias de sumas de fracciones, por ejemplo, ordenadas según grado de dificultad, en las que el alumno va teniendo información acerca de los resultados de su trabajo. Eventualmente, el programa aclara dudas o resuelve los casos en que el estudiante se equivoca.

La época de los grandes computadores coincidió con el auge del diseño de la instrucción programada. El matrimonio dio origen a los "programas tutor", que trata al computador como "máquina de enseñanza". Existe una variedad de programas para aprender matemática. Una tarea pendiente es su clasificación, evaluación y la correspondiente difusión de esa información entre los docentes.

El concepto recibió un nuevo impulso a partir de los años ochenta mediante la aplicación de técnicas provenientes de la Inteligencia artificial. En efecto los "Sistemas Expertos" y los "Tutores inteligentes", produjeron una nueva generación de tutoriales, al incorporar reglas de actuación que emulan a un tutor humano, permitiendo programas constructivos y/o de exploración alejados del conductivismo o del diseño de la instrucción de los años setenta (Oteiza, Antonijevic y Montero, 1990).

Aprendiz

Luego se impuso la idea de enseñar lenguajes de computación a los jóvenes de modo que pudiesen poner a prueba ideas mediante la programación. Es el estudiante quién le "enseña" al computador, éste se convierte en "aprendiz" BASIC Y LOGO fueron los lenguajes más difundidos, luego se agregó Pascal. En la actualidad, Visual Basic, Flash, C, Java y las versiones orientadas al objeto y redes.

Herramienta

La aparición de la planilla electrónica y los diferentes procesadores, modificó el campo de las aplicaciones de la tecnología a la educación. En efecto, no fue necesario programar para hacer uso de los computadores. Los procesadores actúan como herramientas de propósitos especiales. Se generalizó la enseñanza de los procesadores de texto, las planillas y los ambientes integrados. De algún modo es la tendencia predominante en la actualidad.

Multimedia

El incremento notable de la memoria y la capacidad de procesamiento permitieron el desarrollo de los ambientes gráficos. De allí a la "multimedia", hubo poco trecho. Esta variante tecnológica le agregó color, hipervínculos y toda clase de recursos gráficos, modificando drásticamente el ambiente de trabajo de millones de personas. También facilitó el ingreso de información gráfica las aulas escolares.

Internet y comunicaciones

Tal vez el desarrollo más impresionante de la tecnología se produjo al adquirir ésta su dimensión de comunicaciones. Nuevamente se produjo una transformación dramática en la forma en que trabajan y estudian las personas en el planeta completo. La Web, la red mundial que integra las comunicaciones con la multimedia, generó un espacio de posibilidades insospechadas y - a la fecha - inagotables. Estamos al comienzo de un proceso cuyos efectos no alcanzamos a dimensionar. La información disponible y la capacidad de trabajo entre personas ubicadas en cualquier parte del globo crecen constantemente.

"Máquina universal"

La única distancia entre el concepto de máquina universal del teórico de Turing y los computadores actuales es el tamaño de su memoria. El supuesto de Turing hace referencia a una memoria infinita. Se trata, claro, de un concepto abstracto y formal, pero el tamaño de los computadores es, para muchos efectos prácticos, infinito. Podemos decir que la tecnología se aproxima al concepto. Lo interesante es que la metáfora de máquina universal apunta a un formalismo que puede ser puesto en correspondencia biunívoca con cualquier sistema formal. Esto es, los equipos que ponemos a disposición de nuestros estudiantes no se limitan a máquinas que escriben, grafican, almacenan y procesan información, y la lista es larga. Pueden hacer todo eso y mucho más. Inevitablemente, por su naturaleza, la tecnología informática es y será aplicada a múltiples necesidades y funciones. En la medida que esta percepción crece, crecen y se amplían las posibilidades.

A continuación (ver tabla N° 1) se relaciona cada una de esas etapas y/o propuestas de uso con a) el tipo de aplicaciones a que dio origen, b) los recursos necesarios para ponerla en práctica, c) el conocimiento que debe tener el docente, d) los objetivos de aprendizaje preferentemente atendidos por las diferentes orientaciones y e) el estilo de práctica educativa que facilita.

Tabla N°1: las metáforas orientadoras y el aprendizaje de la matemática. Las orientaciones experimentadas por el campo, sus reflejos en la sala de matemática, software que lo hace posible, lo que debe saber el docente, lo que puede aprender el alumno y una señal en relación con el tipo de prácticas pedagógicas que las aplicaciones facilitan

Metáfora o tipo de énfasis	Aplicaciones a la enseñanza o el aprendizaje	Recursos necesarios	Lo que requiere saber el profesor	Lo que aprende o ejercita el estudiante	Estilo de práctica educativa que facilita
Tutor (El computador como máquina de enseñanza)	Áreas temáticas especificadas en el programa: enseñanza de fracciones, funciones, sistemas de ecuaciones, etc.	Software especialmente diseñado	Conocimiento específico acerca del software y acerca de su inserción en el currículo	Los objetivos que propone el programa de enseñanza contenido en el software. Puede ser ejercitación y práctica ("Drill and practice").	Predeterminado por los autores del software. Autoaprendizaje.
Aprendiz (El alumno le "enseña" a la máquina, la programa)	Profundización en tópicos seleccionados por el profesor. Posiblemente aspectos algorítmicos o conceptuales.	Software del o los lenguajes de programación.	Un lenguaje de programación: C, Basic, Visual Basic, LOGO, PROLOG, ...	Pensamiento algorítmico, aprendizaje de la tecnología, los tópicos matemáticos programados en profundidad.	Proyectos, trabajo en equipos, pedagogía activa. Estudio independiente.
Herramienta (Máquinas dedicadas, paquetes integrados)	Los seleccionados por el profesor, un amplio espectro.	Paquete integrado o alguna herramienta específica para matemática: procesadores simbólicos, de geometría u otro.	Dominio del paquete o software,	Los objetivos seleccionados por el docente. Amplio espectro de aprendizajes. La integración de las herramientas informáticas al trabajo intelectual.	Demostraciones, trabajo en equipos, proyectos, pedagogía activa.
Multimedia (Enciclopedias, CD con aplicaciones específicas, capacidad gráfica)	Visualización, interpretación gráfica y graficación de modelos matemáticos.	Software específico habitualmente en formato CD o de la Web. Enciclopedias, material documental, bases de datos.	Uso de los paquetes, relación entre los productos y el currículo. Buen dominio de ambientes gráficos.	Visión, comprensión de conceptos, relaciones y contexto. Historia, aplicaciones y simulaciones.	Exploración y complemento a los aprendizajes. Proyectos.
Comunicaciones INTERNET (Correo electrónico, sitios web, "Chats"...))	Exploración de temas en profundidad y/o con diferentes enfoques. Información de "mundo real".	C&C con conexión a Internet, browser. Velocidad de procesamiento y velocidad de transmisión (modem).	Navegar en la red, información acerca de sitios, "bajar" información y software. Prácticas habituales en Internet para compartir información. Un "mapa mental" adecuado acerca de la Web.	Ampliar su visión y sus fuentes de información. Navegación, estrategias de búsqueda, selección y uso de información distribuida, dispersa y con baja densidad.	Pedagogía activa, exploración y desarrollo de proyectos.
Tecnología transparente y "omnipresente" Máquina Universal (El horizonte cercano, aplicaciones integradas y colaborativas)	Ampliación del currículo más allá de los límites de la escuela.	Computadores y conexiones a Internet de buena calidad (velocidad y tamaño de memoria). Software variado y de calidad.	Debe poseer una amplia cultura informática para usar y orientar el uso de una gama completa de recursos.	A integrar las nuevas tecnologías al trabajo intelectual. Formas avanzadas de búsqueda e integración de información. Trabajo en grupos distribuidos y distantes. Uso de bases de datos para enriquecer sus trabajos.	Pedagogía activa, exploración y desarrollo de proyectos. Énfasis en el trabajo independiente y colaborativo.

En síntesis, cada uno de los enfoques con los que se ha abordado el uso de las tecnologías de la información en la educación tiene capacidades y posibilidades que el docente puede utilizar en su trabajo. De acuerdo con su conocimiento, filosofía educacional y la disponibilidad de los medios, el educador puede seleccionar de entre una amplia gama de posibilidades y adaptar las soluciones existentes a sus necesidades u objetivos.

LA TECNOLOGÍA INFORMÁTICA Y EL AULA DE MATEMÁTICA

La informática fue definida como "transversal" en el currículo de la reforma (Oteiza y otros, 1998). Esto significa que debe empapar los diferentes sectores curriculares. Inversamente, en el enunciado de los objetivos de matemática se "hace llamadas" al uso de la tecnología. Así por ejemplo, se puede leer: a) elementos de geometría y transformaciones con "el manejo de un programa computacional que permita dibujar y transformar figuras geométricas" y "uso de algún programa computacional geométrico que permita medir ángulos, y ampliar y reducir figuras"; b) álgebra y funciones con "el uso de algún programa computacional de manipulación algebraica y gráfica" y c) Estadística y Probabilidad, el "uso de programas computacionales para la simulación de experimentos aleatorios".

En un anexo se incluye una tabla que relaciona objetivos del programa de estudios con posibles aplicaciones de la tecnología.

Actividades de aprendizaje con recursos informáticos

¿Qué tipo de aprendizaje matemático se ve beneficiado por el uso de la tecnología? Si bien la variedad de aplicaciones existentes hacen que las aplicaciones sean más de las que se pueden nombrar en este espacio, existen algunas que vale la pena señalar por ser situaciones en las que la tecnología brinda una diferencia, un valor agregado a la situación de aprendizaje. Entre éstas, podemos nombrar las siguientes:

Trabajo con números o muy grandes o muy pequeños, como los que se generan en estudios de fenómenos naturales o sociales. Datos provenientes, por ejemplo, de mediciones astronómicas o microscópicas. De este modo se pueden incluir, en el currículo matemático, situaciones de realidad que de otro modo serían excluidas del trabajo con jóvenes estudiantes de enseñanza elemental o secundaria.

Exploración de relaciones o conjeturas. ¿Es perpendicular la tangente a una circunferencia al radio en el punto de contacto?, ¿Es constante la pendiente de la recta? ¿Se cumple una relación dada para números negativos?, ¿Es $p(x,y)$ un máximo de la función?

Aprendizaje de conceptos que estarían fuera del alcance de niños y jóvenes sin el acceso a la tecnología. En un sitio web de las Naciones Unidas se puede encontrar los datos de la población de la tierra, año a año, desde mediados del siglo XIX. ¿Es la función lineal un modelo adecuado para describir la variación del número de habitantes que tiene la tierra?, ¿Será la función exponencial un mejor modelo? También se pueden explorar conceptos como límite y derivada. Para estos efectos se puede trabajar con los valores que toma la pendiente de una recta tangente a una curva, por ejemplo.

Visualizaciones. La capacidad gráfica de los computadores actuales es de gran valor para mostrar, de un modo vívido y significativo, una gran cantidad de conceptos y relaciones matemáticas. Semejanza de figuras, trazado de la gráfica de una función, proporcionalidad directa e inversa, condiciones de paralelismo o de perpendicularidad de rectas, teselaciones del plano, son algunos de los conceptos que el estudiante puede "ver" en un ambiente que le permite modificar figuras y analizar cantidad de casos con un esfuerzo mínimo.

Simulaciones y modelaje. La tecnología permite simular procesos complejos y modificar parámetros para observar el comportamiento de las variables significativas. Esta es una forma de trabajo que le da sentido a los modelos matemáticos y prepara a los estudiantes en un campo antes casi vedado.

Con el objeto de ejemplificar lo expuesto, a continuación se incluyen algunas de las actividades propuestas en los actuales programas de estudio y alguna forma en la que la tecnología podría apoyar su realización.

Primero Medio (grado noveno)

Eugenia llama por teléfono a tres amigas, y las compromete para que al día siguiente regalen un kilo de alimentos a un hogar de ancianos y llamen a otras tres amigas, para que ellas a su vez, al día siguiente regalen un kilo de alimentos al hogar de ancianos y llamen a otras tres amigas, y así continúen con esta cadena de solidaridad. (Referencia pág. 18 Planes y Programas de Primero Medio).

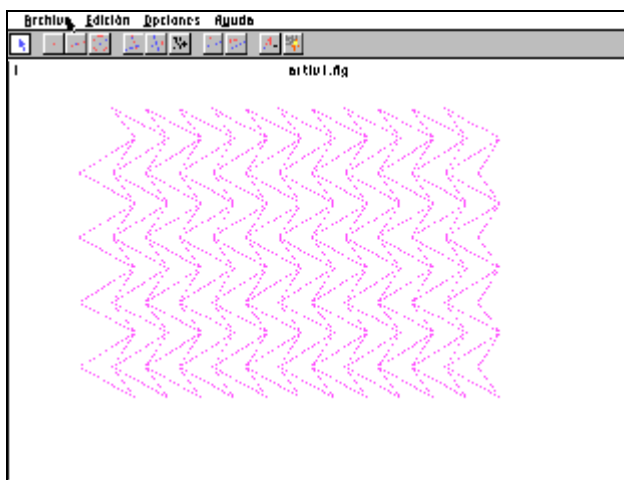
Si todas las personas involucradas en la cadena cumplen el compromiso, y tienen que enviar el kilo de alimentos al día siguiente de recibido el llamado, ¿cuántos kilogramos de alimentos recibe el hogar de ancianos al cabo de 10 días?

Usando Excel y Construyendo una Tabla puede resolverse este Problema

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		DIA 1	DIA 2	DIA 3	DIA 4	DIA 5	DIA 6	DIA 7	DIA 8	DIA 9	DIA 10
2	KILOS	=POTENCIA(3;0)	=POTENCIA(3;1)	=POTENCIA(3;2)	=POTENCIA(3;3)	=POTENCIA(3;4)	=POTENCIA(3;5)	=POTENCIA(3;6)	=POTENCIA(3;7)	=POTENCIA(3;8)	=POTENCIA(3;9)
3	TOTAL	=B2	=C2+B3	=D2+C3	=E2+D3	=F2+E3	=G2+F3	=H2+G3	=I2+H3	=J2+I3	=K2+J3
4											

Considerar formas geométricas diferentes para embaldosar el plano (recubrir, sin superposiciones), tales como: cuadriláteros, cóncavos y convexos, pentágonos, hexágonos, círculos, etc. Los jóvenes anticipan y constatan con cuáles es posible embaldosar el plano, explicando sus razones (p. 46 Planes y programas primero medio).

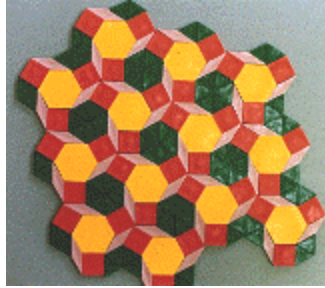
La figura muestra una posibilidad del recubrimiento pedido (Construcción generada con el programa CABRI).



Para hacerlo, deben utilizar el icono correspondiente a polígono y construir un polígono similar al de la figura. Lo que se intenta en esta actividad, es que los alumnos exploren posibilidades y comprueben la veracidad o falsedad de sus conjeturas.

Un complemento interesante es un material producido sobre la base de los trabajos del pintor Escher, que se lo puede encontrar en Internet:

La dirección es la siguiente, <http://www.worldofescher.com/gallery/>. En particular: *Symmetry E70: Butterflies*, una teselación hecha con mariposas y *Metamorphose II*, un lienzo de mutaciones continuas, aquí los mostramos en miniatura:



Segundo Medio (grado décimo)

Estudiar y graficar diversas expresiones de la forma $y = mx + n$; considerar valores para m que sean enteros, fraccionarios y decimales; mayores y menores que cero; analizar casos con $n = 0$ y con $n \neq 0$; establecer las relaciones específicas que condicionan el paralelismo, la perpendicularidad, las rectas paralelas a los ejes, la recta que pasa por el origen y los puntos de intersección de la recta con los ejes.

1. Hacer la tabla de valores, graficar y analizar la relación entre las expresiones algebraicas y gráficas de diversas rectas. Descubrir y expresar las condiciones relativas al paralelismo, perpendicularidad e intersecciones con los ejes.

a) Graficar en un mismo sistema de coordenadas,

$$y = x + 4, \quad y = 2x + 4, \quad y = -x + 4, \quad y = -2x + 4$$

b) Graficar en un mismo sistema de coordenadas,

$$y = -3,5 \quad x = 1 \quad x = -5,5$$

c) Graficar en un mismo sistema de coordenadas,

$$x + 2y = 6 \quad y = -x/2 \quad 2x + 4y = -5 \quad x + 2y = 2$$

d) Graficar en un mismo sistema de coordenadas,

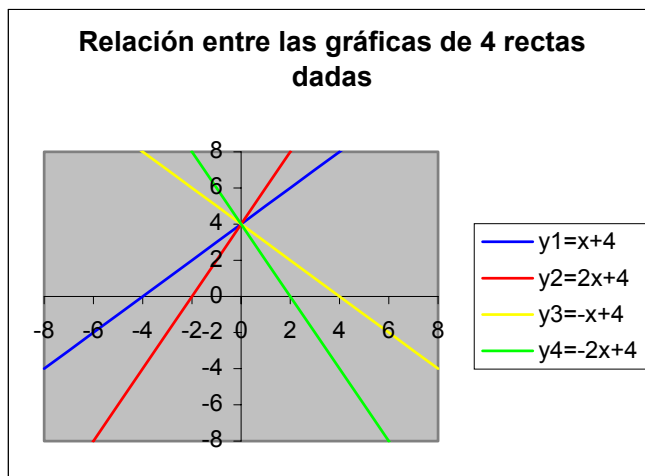
$$y = -3x + 2 \quad y = x/3 - 5 \quad 3x + y = 0 \quad x - 3y = 4$$

Con Excel, "El graficador" o algún otro graficador, puede solucionarse este problema.

Una tabla generada en EXCEL para evaluar las funciones

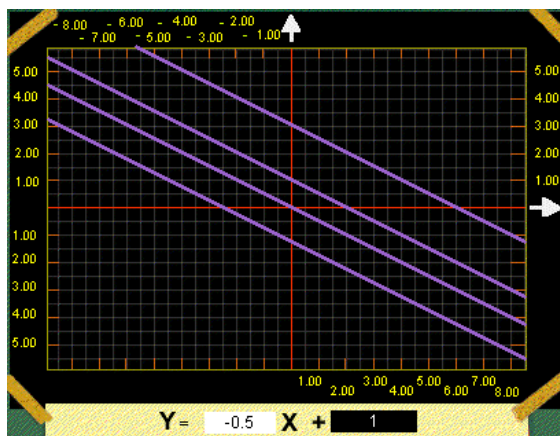
	A	B	C	D	E
1	x	$y_1=x+4$	$y_2=2x+4$	$y_3=-x+4$	$y_4=-2x+4$
2	-8	-4	-12	12	20
3	-7	-3	-10	11	18
4	-6	-2	-8	10	16
5	-5	-1	-6	9	14
6	-4	0	-4	8	12
7	-3	1	-2	7	10
8	-2	2	0	6	8
9	-1	3	2	5	6
10	0	4	4	4	4
11	1	5	6	3	2
12	2	6	8	2	0
13	3	7	10	1	-2
14	4	8	12	0	-4
15	5	9	14	-1	-6
16	6	10	16	-2	-8
17	7	11	18	-3	-10
18	8	12	20	-4	-12

Gráfica de las funciones



Otra herramienta para graficar estas funciones es el software “Graficador” disponible en el CD de recursos educativos que entrega Enlaces a los establecimientos que participan en el programa.

La figura muestra la gráfica de la actividad “c” de la página anterior, ejemplificando la igualdad de pendiente de las funciones consideradas.



Tercero Medio (grado undécimo)

Función cuadrática. Gráfico de las siguientes funciones:

$$y = x^2$$

$$y = x^2 \pm a, \quad a > 0$$

$$y = (x \pm a)^2, \quad a > 0$$

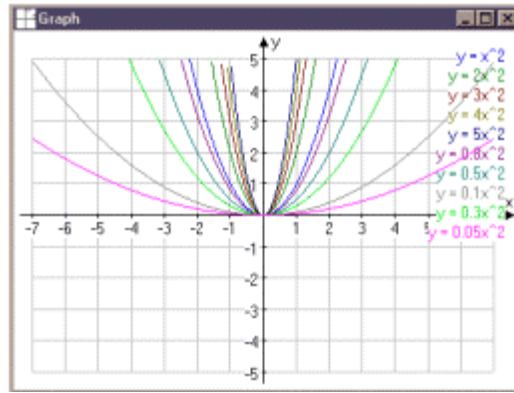
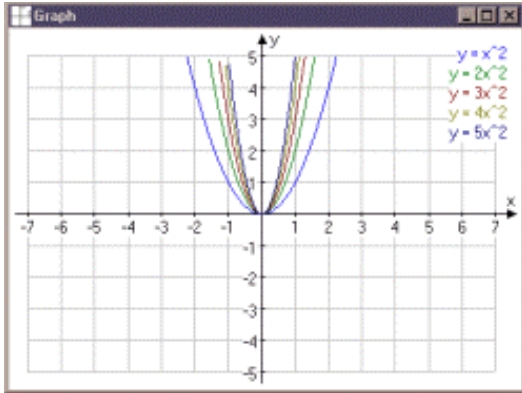
$$y = ax^2 + bx + c$$

Discusión de los casos de intersección de la parábola con el eje X

Haciendo uso de EquationGraher, software que puede “bajarse” de Internet desde la dirección Web:

<http://www.mfsoft.com/equationgrapher/>

Las gráficas, a continuación, muestran el efecto de modificar parámetros en la ecuación de una parábola.



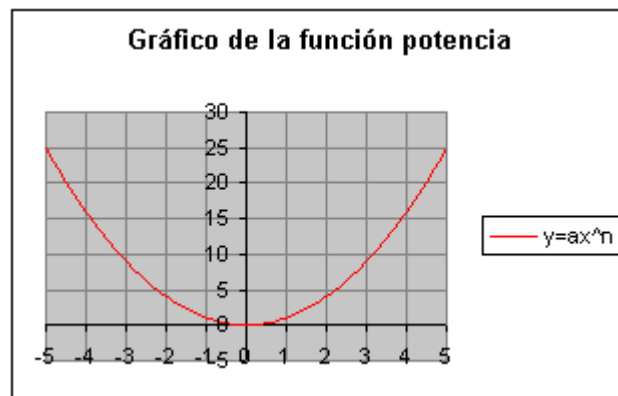
Cuarto Medio (grado duodécimo)

La gráfica de la función potencia: $y = ax^n$, para distintos valores de a ($a > 0$) y para $n = 2, 3$ y 4 .

Haciendo uso de EXCEL, se ingresan los valores en una tabla que considere el valor de x y la fórmula $=a*x^n$.

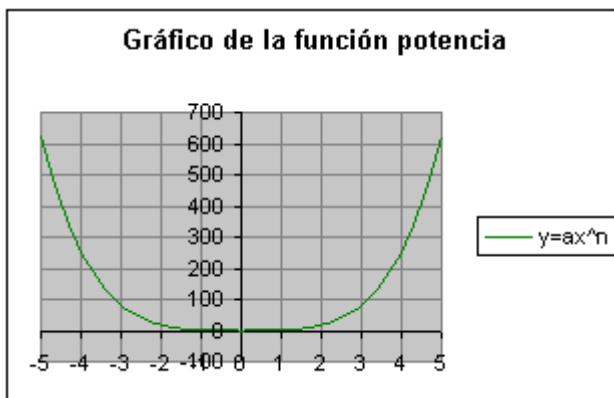
	A	B	C	D
1	x	y=ax^n	a	n
2	-5	25	1	2
3	-4,9	24,01		
4	-4,8	23,04		
5	-4,7	22,09		
6	-4,6	21,16		
7	-4,5	20,25		
8	-4,4	19,36		
9	-4,3	18,49		
10	-4,2	17,64		
11	-4,1	16,81		
12	-4	16		
13	-3,9	15,21		
14	-3,8	14,44		
15	-3,7	13,69		
16	-3,6	12,96		
17	-3,5	12,25		
18	-3,4	11,56		
19	-3,3	10,89		

Gráfica de la función potencia: $y = ax^n$, para $a = 1$ y $n = 2$ $y = x^2$

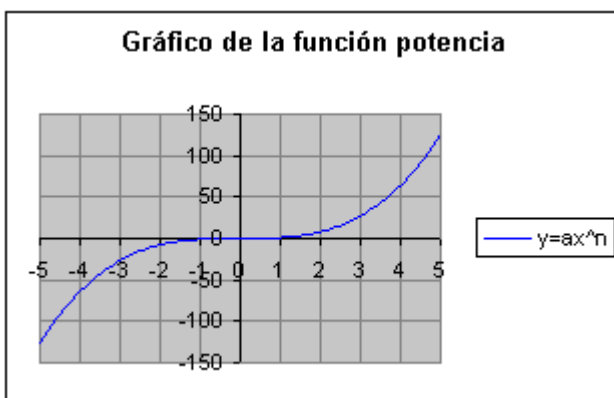


Para conocer la gráfica de $y = x^n$, basta con cambiar el valor de n en la tabla.

Así, si $n=3$, se obtiene la gráfica de la función $y = x^3$:



Y, si $n = 4$, se obtiene la gráfica de la función $y = x^4$



LA EXPERIENCIA, LAS BARRERAS Y LAS TAREAS PENDIENTES

A continuación algunas notas acerca de lo observable y una reflexión acerca de las barreras que encuentra la tecnología en su camino a la sala de clases de matemática y las áreas en las que, a juicio de los autores y de cara a la experiencia, parecen importantes desarrollar acciones.

¿Qué muestra la experiencia?

La experiencia muestra una cantidad interesante de aplicaciones realizadas por profesores en los diversos niveles del sistema y en establecimientos muy diferentes, simultáneamente, muestra que estas experiencias son escasas, difícilmente generalizables y con dificultades para permanecer en el tiempo.

Destacan, el uso de CABRI, el procesador geométrico en un número reducido de establecimientos, pero con consistencia, pertinencia curricular y congruencia con los postulados de la reforma. La aplicación de las planillas electrónicas para ejemplificar el uso de variables, graficar funciones, tabular datos y representar información tabulada. El desarrollo de proyectos integrados con otras áreas curriculares en la que los modelos matemáticos contribuyen al análisis de la información. También es interesante el uso de software "freeware", obtenido desde sitios Web, para estudiar el comportamiento de fractales, la teselación del plano, la graficación de funciones, entre otras aplicaciones.

Se encuentra experiencias en las que los docentes han reunido una batería de recursos informáticos con aplicaciones a la matemática e integrado su uso a la docencia y al aprendizaje. La existencia de una multiplicidad de sitios dedicados a la disciplina y a su enseñanza, junto con la capacitación de docentes que realiza el proyecto Enlaces, favorece este fenómeno.

¿Cuáles son las barreras?

El acceso a la tecnología, la disponibilidad de recursos y el conocimiento para aplicarlos en educación ha aumentado, el uso en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática no se ha generalizado, al menos su crecimiento no se compadece con la ampliación de la cobertura y la capacitación que trae Enlaces al sistema educativo. ¿Qué factores están impidiendo este desarrollo?, ¿Cuáles son las razones por las que una tecnología tan estrechamente ligada con la matemática no afecta significativamente la sala de clases? Posiblemente existan factores ligados con:

- La existencia de recursos especialmente apropiados para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.
- La disponibilidad y acceso a la tecnología. Computadores, conexión a Internet y software, en calidad y cantidad para significar una diferencia en la escuela.
- El conocimiento y las competencias propias de los ambientes tecnológicos.
- La capacidad y la posibilidad para administrar procesos en los que los estudiantes trabajan, durante tiempos significativos, con los recursos informáticos.
- La cultura escolar, con sus costumbres, ritos, posibilidades y limitaciones.
- La actitud y las concepciones acerca del aprendizaje del docente.
- La relación entre esfuerzo y tiempo empleado, con los resultados obtenidos.

Algunas de las barreras que se reseñan son generales a las aplicaciones educativas de la tecnología y otras, específicas para su aplicación en la sala de clases de matemática.

Acceso y disponibilidad, costos y otras barreras para el acceso. Esta ha sido la barrera más importante. Fue y es la principal motivación del proyecto nacional Enlaces. Poner a disposición de las instituciones escolares financiadas por el Estado, la tecnología informática en sus modalidades de computadores y comunicaciones.

Existencia y accesibilidad de software. Los equipos requieren de "maquinas dedicadas", de programas que las transformen en herramientas específicas. Su disponibilidad es indispensable para el desarrollo del campo.

El conocimiento - o la falta de conocimiento - por parte del docente, de las autoridades escolares, de las escuelas de educación y de los propios organismos dedicados a la investigación y el desarrollo de innovaciones. Esta es la otra gran barrera. También es uno de los ejes de Enlaces: poner a disposición de los docentes un proceso destinado a la apropiación de las tecnologías por parte de los docentes.

La falta de visibilidad de las posibilidades y las dificultades para encontrar las soluciones una vez detectadas. Es difícil "ver" las soluciones computacionales para la enseñanza y el aprendizaje. De una parte, se trata de herramientas de uso general que hay que aplicar mediante desarrollos específicos – tal es el caso de las planillas de cálculo – y de otro, el software especializado no se encuentra en librerías o espacios en los que es posible conocerlos, saber de sus posibilidades, experimentar con él y, eventualmente adquirirlo.

La cultura escolar, sus ritos, sus tiempos y las exigencias de la tecnología. La capacidad de gestión de los equipos directivos de escuelas y liceos ha sido señalado como un factor central en el éxito o el fracaso del uso de las tecnologías en la educación. La variable "tiempo del docente", el calendario escolar y el horario, son otros aspectos de la cultura escolar con los que se estrellan las innovaciones que hacen uso de la tecnología informática.

La evaluación de los aprendizajes reducida a las calificaciones y la ausencia de formas alternativas de evaluación que consideren la incorporación de la tecnología. La tecnología informática está relacionada con el trabajo personal y la creación de productos. En tal caso, la evaluación es muy diferente a la que se realiza por medio de una prueba. Apela a la observación de procesos y a la evaluación de productos por pares o árbitros externos.

La formación de los profesores de matemática. El concepto de que basta con la tiza y el pizarrón es otra barrera. También la aparente contradicción entre la matemática que es abstracta y la máquina que es concreta, puede también operar en los profesionales para inhibir el desarrollo de las aplicaciones a la enseñanza de la matemática.

Al comparar lo que sucede en la disciplina con lo que se puede observar en lenguaje y comunicación, ciencias sociales y otras áreas del currículo, se constata que, en general, el uso de las tecnologías es menor en el sector que nos ocupa. La página Web del Ministerio de Educación muestra que de los PME⁷ realizados en 1998, algo más del 50% pertenecen al sector lenguaje y comunicación y que sólo el 2,6%, en enseñanza básica, y el 5,6% en la enseñanza media, tienen como tema principal la matemática. Algunos actores atribuyen el efecto al hecho que el software especializado en matemática requiere de un aprendizaje especial. No basta con saber usar los paquetes integrados y poder acceder sitios Web en Internet, hay que dar un paso más. Esta sería una barrera adicional y propia del sector matemática.

Muy relacionada con la barrera recién enunciada, se encuentra la falta de experiencias sistematizadas y preparadas para ser incorporadas en la práctica del docente. Se suma a esto, la ausencia de cursos, seminarios, textos, páginas Web's y otras instancias en las que un docente podría tener acceso a los conocimientos y prácticas relacionados con la aplicación de las tecnologías en el aula.

La experiencia ha mostrado que para que un software se use de un modo generalizado es necesario que concurren una variedad de hechos y procesos. ¿Cuánta actividad se ha realizado en torno a un paquete como Office? Para que el usuario terminal sepa que un paquete existe, se interese, lo adquiera, lo aprenda a usar y adquiera cierta pericia, se requiere de marketing, cursos y promociones. Muchas personas, muchos cultores del paquete, actúan para generar aplicaciones y ejemplos. Se perfecciona el proceso por medio del cual se llega al usuario, las versiones se suceden para acercarse a los que las personas requieren. Los autores de este trabajo sostienen que para que el software educativo opere con efectividad y eficacia en una gran mayoría de las escuelas y liceos, un esfuerzo de esa naturaleza debería acompañar al software que se espera los docentes apliquen.

¿Cuáles son las tareas pendientes?

De algún modo lo que puede hacerse para desarrollar el campo sigue de cerca las respuestas a las barreras señaladas y se corresponde, en alguna medida, con los esfuerzos que realizan los que trabajan en la aplicación de las tecnologías de la información en la educación.

Creación de soluciones y experimentación

La experiencia muestra que las aplicaciones de la tecnología al aula de matemática requieren de elaboración y de soporte. Es necesario dedicar esfuerzos y recursos al desarrollo de esas soluciones, a su puesta a prueba y correspondiente optimización. Toda solución tecnológica supone su optimización a partir de la experiencia. En este campo la experimentación y la validación son indispensables.

Trabajo integrado entre especialistas y docentes

La creación y experimentación de soluciones requiere del trabajo integrado de diferentes especialistas y docentes de aula. Didáctica, tecnología y práctica situada, deben conjugarse para generar soluciones pertinentes, de calidad y realistas.

Sistematización de experiencias relevantes

Las experiencias valiosas creadas y puestas en práctica por docentes individuales son una fuente importante de conocimiento y "saber hacer" en el área. Detectar estas experiencias, sistematizar sus procesos, aclarar sus resultados y difundirlas, es otra de las tareas que puede apoyar la generalización del uso de las tecnologías en la clase de matemática.

Redes de apoyo en temas y/o aplicaciones específicas

⁷ Proyectos de Mejoramiento Educativo desarrollados en los establecimientos educacionales y financiado por el Ministerio de Educación a partir de propuestas públicas.

Tal vez este sea uno de los aspectos más decisivos y a la vez más complejo de poner en práctica. La existencia de un software y la existencia de soluciones probadas con el software son condiciones necesarias, pero en ningún caso suficientes para la generalización de su uso. Se debe aprender de los procesos de comercialización y de propaganda. En torno a cada producto exitoso existe un proceso complejo y extendido en el espacio y en el tiempo, para hacer conocer el producto, hacer llegar con el producto dónde el usuario y luego un complejo sistema de soporte. Es impensable el uso significativo y generalizado de una solución informática sin la existencia de una red de apoyo competente y confiable.

Es un área en la que tienen un espacio interesante las organizaciones profesionales y científicas. Las asociaciones de especialistas y/o de profesores constituyen, en diversos países, la base para redes de apoyo de soluciones didácticas importantes.

Formación inicial de profesores y especialización para docentes en ejercicio

Los conocimientos y competencias necesarios para que un docente haga uso de la tecnología en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática debe ser parte del currículo de formación de profesores de matemática, al menos en los aspectos siguientes:

1. Aprendizaje de los procesadores simbólicos y geométricos.
2. Aprendizaje de aplicaciones especializadas de planillas electrónicas, graficadores, presentadores y otros recursos multimediales.
3. Uso intensivo de Internet, buscadores y concentradores, de modo que el futuro profesor logre un mapa mental importante acerca de la red y de las herramientas con que ella cuenta para realizar búsquedas.
4. Didáctica de la matemática en la que se integre el uso de las diversas herramientas que ofrece la tecnología.
5. Aprendizaje experiencial – vía los propios cursos de matemática en el nivel superior – acerca del uso de estos recursos y de su administración en procesos de aprendizaje.
6. Conocimientos básicos para la creación de un sitio web y de intranets con aplicaciones a la matemática y su aprendizaje.

Sitios web especialmente diseñados y puestos a prueba en el país

Existe un número alto de sitios realizados en el extranjero, se están creando sitios especializados en matemática en el país. Los sitios web, como cualquier otro recurso deben pasar por la prueba de la práctica. A la luz del uso, de las reacciones de los usuarios, estos sitios podrían llegar a ser un recurso importante en el desarrollo de una cultura didáctica e informática en los profesores de matemática.

Investigación

Las barreras antes mencionadas, los efectos de los diferentes medios y de las diferentes soluciones, lo que se gana o lo que cambia con el uso de las tecnologías, las formas de apropiación de la tecnología informática por parte de los docentes, los aprendizajes, las actitudes, y otros factores que influyen en el fenómeno de incorporación de las tecnologías en el aula de matemática, requieren de estudio.

En síntesis, el desarrollo de las tecnologías de la información está íntimamente ligado al conocimiento matemático. Esa relación puede servir de inspiración en la generación de aplicaciones de esas tecnologías en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. En las tres décadas en que estas tecnologías han sido aplicadas a la educación, se generaron estilos de trabajo y soluciones tecnológicas que siguen disponibles para el educador matemático. La tecnología informática, en su desarrollo actual, tiene mucho que ofrecer a la clase de matemática. El docente interesado cuenta hoy con una variedad de soluciones para una gran variedad de temas matemáticos y situaciones de enseñanza y de aprendizaje. De otra parte, el país realiza un notable esfuerzo para dotar escuelas y liceos con computadores, redes locales, conexión a Internet, software especializado y de producción y, lo que es fundamental, para que los docentes tengan la oportunidad de apropiarse de estas tecnologías e incorporarlas a su acervo profesional.

Lo anterior permite concluir que existen condiciones totalmente nuevas, tanto en la tecnología como en el sistema educativo, para permitir que esta rica gama de estímulos, ambientes para la experimentación, herramientas para la generación de aprendizajes y motivaciones lleguen a las salas de clases, y lo que es más importante, enriquezcan los modelos, imágenes y conocimientos matemáticos de los niños y jóvenes del país.

La incorporación de estas tecnologías en las prácticas escolares suponen una importante transformación de la cultura escolar, en las formas en que trabaja el docente, así como en las condiciones que lo hace. Es en esas transformaciones en las que se juega el papel que las tecnologías tendrán en los aprendizajes de niños y jóvenes.

REFERENCIAS

De Guzmán, Miguel (1996). Visualización en Análisis Matemático. Santiago-Chile: Sociedad Chilena de Educación Matemática, Estudios en Educación Matemática, N°3.

Colmerauer, A. (1978) *Metamorphosis grammar*, en "Natural Language Communication with computers". (L.Bolc, Ed.) (Lecture Notes on Computer Science, N° 63) pp. 133-189. Springer-Verlag, Berlín.

Lagos, María Ester (1997). Aprendiendo matemáticas con Excel. Trabajo de titulación para obtener el grado de Licenciada en Educación Matemática y Computación. Facultad de Ciencia, Universidad de Santiago de Chile.

Kutzler, Bernhard (1996). Improving Mathematics Teaching with DERIVE. Sweden: Studentlitteratur.

Ministerio de Educación. (1998). Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios para la Educación Media. MINEDUC: Santiago-Chile.

Murnane y Levy (1998). Teaching the New Basic Skills. World Bank Educational Series.

National Research Council. (1990). Reshaping School Mathematics, a philosophy and framework for curriculum. Mathematical Sciences Education Board. Washington D.C.: National Academy Press.

National Research Council. (1989). Everybody Counts. A Report to the Nation on the Future of Mathematics Education. Washington: National Academy Press.

N.C.T.M. (1993). Measuring Up, prototypes for mathematics assessment. Washington D.C.: Academy Press.

N.C.T.M. (1991). Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática (National Council of Teachers of Mathematics). Sevilla-España: Sociedad Andaluza de Educación Matemática "THALES".

National Research Council. (1990). Reshaping School Mathematics, a philosophy and framework for curriculum. Mathematical Sciences Education Board. Washington D.C.: National Academy Press.

National Research Council. (1989). Everybody Counts. A Report to the Nation on the Future of Mathematics Education. Washington: National Academy Press.

N.C.T.M. (1993). Measuring Up, prototypes for mathematics assessment. Washington D.C.: Academy Press.

N.C.T.M. (1991). Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática (National Council of Teachers of Mathematics). Sevilla-España: Sociedad Andaluza de Educación Matemática "THALES".

Oteiza, Fidel, Antonijevic Nadja y Montero Patricio (1990). Una aplicación de la inteligencia artificial a la mediación del aprendizaje independiente. Santiago de Chile: Revista de Tecnología Educativa, Volumen XI, N°3, pp. 193 – 214.

Oteiza, Fidel y otros (1998) La tecnología informática como recurso transversal en el currículo escolar: conceptos, experiencias y condiciones para su puesta en práctica en Pensamiento Educativo. Santiago – Chile: Pontificia Universidad Católica de Chile, vol. N° pp.

Oteiza, Fidel y Miranda Hernán. (1996). "La evaluación del aprendizaje matemático: aplicaciones a la resolución de problemas presentados verbalmente". En La Matemática en el aula: contexto y evaluación. Santiago-Chile: Ministerio de Educación.

Oteiza, Fidel y Montero Patricio. (1994). Diseño de Currículum, modelos para su producción y actualización. Santiago – Chile: Ministerio de Educación, Programa de Mejoramiento de la Calidad y Equidad de la Educación.

Papert, S (1980). Mind Storms: Children, Computers, and Powerful Ideas. New York: Basic Books.

Pérez Fernández, Javier (1996). Los Sistemas de Cálculo Simbólico en la Enseñanza de las Matemáticas, en Actas del 8º Congreso Internacional de Educación Matemática, Selección de Conferencias. Sevilla – España: S.A.E.M. Thales.

Poundstone, William (1985). The Recursive Universe, cosmic complexity and the limits of scientific knowledge. Chicago: Contemporary Books, INC.

Robinson, J. A. (1965). Automatic Deduction with Hyper-Resolution. International Journal of Computer Mathematics. 1, pp. 227 – 234.

Robinson, J. A. (1965^a) A machine oriented logic based on the resolution principle. Journal of the ACMR, pp. 23-41.

Siñeriz, L. Y Santinelli Raquel. (1998) Estrategias espontáneas con el uso de CABRI. Educación Matemática, Vol. 10 N° 3, pp. 25-36.

Sjöstrad, David (1994). Mathematics with Excel. Sweden: Studentlitteratur.

Steen, L. A. (Ed.). (1990). On the Shoulders of Giants. Washington D.C.: National Academy Press.

Tall, David (1996). Information Technology and Mathematics Education: enthusiasms, possibilities and realities, en Actas del 8º Congreso Internacional de Educación Matemática. Sevilla – España: S.A.E.M. Thales.

Taylor, Robert (Editor) (1980). The Computer in the School, tutor, tool, tutee. New York: Teachers College Press.

Vega, Rodolfo. (1999). "The Web: Reflections on the Challenges and Opportunities for Pedagogy and Teachers". 43 th Annual Conference of the Comparative and International Education Society, Marzo 7 – 12, 1999, Toronto, Canadá.

ANEXO

En la confección de la tabla incluida más adelante, se consideró la siguiente clasificación de herramientas computacionales: lenguajes de programación, tales como Visual Basic, C, PROLOG, etc.; procesadores para la geometría, el álgebra y el análisis, tales como CABRI, Derive o Maple; paquetes integrados; software especialmente diseñado para tratamiento multimedial de funciones, gráficas, matrices y otros conceptos matemáticos e Internet.

Tabla: contenidos del plan de estudio y aplicaciones de la tecnología

La siguiente tabla propone qué recurso utilizar frente a cada uno de los contenidos de matemáticas del currículum. Se consideraron como base los contenidos mínimos que hacen mención explícita al recurso informático y se agregó ejemplos de forma de cubrir las tres líneas del currículum: **álgebra y funciones, geometría y estadísticas y probabilidades** y de cubrir, al menos, dos ejemplos por cada nivel.

Nivel	Contenidos	Recursos	Justificación
1 Medio	Geometría-Transformaciones: Uso de regla y compás; de escuadra y transportador; manejo de un programa computacional que permita dibujar y transformar figuras geométricas.	<ul style="list-style-type: none"> Procesador Geométrico (Cabri Geométrico) 	Esta herramienta se adapta al desarrollo de este contenido porque permite trabajar con figuras geométricas, realizar rotaciones, etc.
	Números y proporcionalidad: Resolución de desafíos y problemas numéricos, tales como cuadrados mágicos o cálculos orientados a la, identificación de regularidades numéricas.	<ul style="list-style-type: none"> Software educativo, "el cumpleaños" Procesador de texto 	Este software contiene diversos juegos matemáticos, cubos mágicos, construcciones, etc.
	Algebra y funciones: Análisis de fórmulas de perímetros, áreas y volúmenes en relación con la incidencia de la variación de los elementos lineales y viceversa.	<ul style="list-style-type: none"> Procesador de texto Presentador 	El procesador de textos y el presentador, pueden transformarse en valiosas herramientas para dar a conocer a los estudiantes los conceptos de áreas y perímetros y mostrar como ellos actúan en diversas figuras.
	Geometría: Análisis de la posibilidad de embaldosar el plano con polígonos. Aplicación de las transformaciones geométricas en las artes por ejemplo MC Escher	<ul style="list-style-type: none"> Internet para bajar software Procesador de texto Graficador 	<p>Existe software de teselación que ha sido bajado de Internet y puede ser utilizado como herramienta de apoyo en este sector, además en Internet se pueden encontrar aplicaciones de estos elementos a las artes lo que permite a los estudiantes ver su aplicabilidad y contextualizar.</p> <p>El procesador de textos Word y sus herramientas de dibujo permiten dibujar figuras a las cuales luego se les puede aplicar las isometrías: como las traslaciones, rotaciones y simetrías. Pudiendo embaldosar el plano.</p> <p>Paint y sus propiedades para dibujar figuras, copiarlas y rotarlas, permiten trabajar el contenidos de transformaciones isométricas y embaldosamiento del plano.</p>
2 Medio	Algebra y Funciones- Funciones: Uso de algún programa computacional de manipulación algebraica y gráfica.	<ul style="list-style-type: none"> Procesador Simbólico Planilla de cálculo El graficador 	<p>Los procesadores simbólicos son herramientas para manipular elementos algebraicos, definir funciones que posteriormente pueden evaluarse y graficarse.</p> <p>Una alternativa a estos procesadores lo</p>

			constituyen el uso complementario del programa el Graficador y la planilla Excel, en efecto en esta última se realiza todo lo relacionado con los cálculos y tablas de valores, y en el Graficador se grafican las funciones respectivas.
	Geometría: Uso de algún programa computacional geométrico que permita medir ángulos, y ampliar y reducir figuras.	<ul style="list-style-type: none"> • Procesador Geométrico (Cabri Geométrico) • El Geometra 	Los procesadores Geométricos permiten trabajar y manipular los elementos del geometría, constando con las herramientas adecuadas para trazar, transformar, rotar y en general modificar figuras geométricas.
	Estadística y Probabilidad: Variable aleatoria: estudio y experimentación en casos concretos. Gráfico de frecuencia de una variable aleatoria a partir de un experimento estadístico.	<ul style="list-style-type: none"> • Planilla de cálculo 	La planilla Excel provee de funciones predefinidas para trabajar formulas estadísticas, de esta forma podrá ser posible realizar experimentos estadísticos, tabular la información y graficarla.
3 Medio	Algebra y Funciones- Funciones: Uso de algún programa computacional de manipulación algebraica y gráfica.	<ul style="list-style-type: none"> • Procesador Simbólico • Planilla de cálculo • El Graficador • Internet para buscar software libres 	Los procesadores simbólicos son herramientas para manipular elementos algebraicos, definir funciones que posteriormente pueden evaluarse y graficarse. Una alternativa a estos procesadores lo constituyen el uso complementario del programa el Graficador y la planilla Excel, en efecto en esta última se realiza todo lo relacionado con los cálculos y tablas de valores, y en el Graficador se grafican las funciones respectivas.
	Estadística y Probabilidad: Relación entre la probabilidad y la frecuencia relativa. Ley de los grandes números. Uso de programas computacionales para la simulación de experimentos aleatorios.	<ul style="list-style-type: none"> • Planilla de cálculo 	Tal como el contenido lo describe es necesario utilizar la planilla electrónica para el análisis estadístico de información, para lo cual se deberá tabular previamente la información y aplicar las funciones estadísticas incluida en Excel de acuerdo a lo que se desee analizar. De la misma forma la información y los resultados obtenidos de los análisis podrán ser graficados.
4 Medio	Algebra y Funciones: Uso de programas computacionales de manipulación algebraica y gráfica.	<ul style="list-style-type: none"> • Procesador simbólico 	Los procesadores simbólicos son herramientas para manipular elementos algebraicos, definir funciones que posteriormente pueden evaluarse y graficarse. Una alternativa a estos procesadores lo constituyen el uso complementario del programa el Graficador y la planilla Excel, en efecto en esta última se realiza todo lo relacionado con los cálculos y tablas de valores, y en el Graficador se grafican las funciones respectivas.
	Estadística y Probabilidad: Uso de planilla de cálculo para análisis estadístico y para construcción de tablas y gráficos.	<ul style="list-style-type: none"> • Planilla de cálculo 	Tal como el contenido lo describe es necesario utilizar la planilla electrónica para el análisis estadístico de información, para lo cual se deberá tabular previamente la información y aplicar las funciones estadísticas incluida en Excel de acuerdo a lo que se desee analizar. De la misma forma la información y los resultados obtenidos de los análisis podrán ser graficados.