

Explorando los Ángulos en la Circunferencia: Central e Inscrito en Acción

Matemáticas | Geometría | Aprendizaje Colaborativo

Descripción

Este plan de clase está diseñado para estudiantes de 4° año del ciclo orientado de secundaria, con edades entre 15 y 17 años, y se centra en las propiedades de los ángulos centrales e inscritos en una circunferencia, junto con conceptos relacionados como tangentes, secantes, cuerdas y cuadriláteros inscritos. A lo largo de cuatro sesiones de dos horas cada una, los estudiantes explorarán de manera activa y colaborativa las relaciones geométricas fundamentales que sustentan estos conceptos, con especial énfasis en el teorema del ángulo inscrito, pieza clave para el desarrollo del pensamiento deductivo y lógico.

El propósito es que los estudiantes comprendan y apliquen estas propiedades en diferentes contextos, fortaleciendo habilidades deductivas que son esenciales para temas más avanzados en matemáticas y análisis. Además, se busca que reconozcan la presencia y utilidad de estos conceptos en situaciones cotidianas y en campos como la ingeniería, arquitectura y diseño, haciendo el aprendizaje significativo y relevante para su vida real.

Mediante actividades colaborativas, debates, demostraciones y ejercicios prácticos, los estudiantes construirán conocimiento profundo y articulado, desarrollando competencias matemáticas, trabajo en equipo y comunicación efectiva.

Objetivos de Aprendizaje

- Analizar las propiedades de los ángulos centrales e inscritos en la circunferencia y sus relaciones.
- Demostrar el teorema del ángulo inscrito mediante razonamientos deductivos paso a paso.
- Aplicar las propiedades geométricas de tangentes, secantes, cuerdas y cuadriláteros inscritos en la resolución de problemas.
- Colaborar en grupos pequeños para construir conocimiento y verificar hipótesis geométricas.
- Argumentar y comunicar conclusiones basadas en evidencias geométricas, fortaleciendo el pensamiento lógico-matemático.

Recursos Necesarios

- Geometría dinámica digital (software GeoGebra instalado en computadoras/tabletas) – mínimo 1 dispositivo por grupo de 3-4 estudiantes
- Reglas, transportadores y compases (una unidad por estudiante)
- Pizarras pequeñas blancas o papelógrafos para anotaciones en grupo

- Marcadores de colores
- Proyector y computadora para presentación inicial y videos cortos
- Hojas impresas con diagramas de circunferencias y problemas para resolver en clase
- Calculadoras simples (opcional)

Requisitos Previos

- Conocimiento básico de geometría plana: definición y propiedades de ángulos, segmentos y polígonos.
- Familiaridad con conceptos iniciales de circunferencia y elementos asociados (radio, diámetro, cuerda).
- Habilidad para trabajar en grupo y expresar ideas matemáticas oralmente y por escrito.
- Conocimiento previo de construcciones geométricas básicas con regla y compás.

Actividades

Sesión 1: Introducción y exploración básica de ángulos centrales e inscritos

Fase de Inicio

Tiempo estimado:

15 minutos

Propósito de la sesión:

Docente: Explicará que hoy comenzaremos la exploración de un tema fundamental en geometría que conecta figuras, medidas y relaciones lógicas: los ángulos en la circunferencia, enfocados en los ángulos centrales e inscritos.

Estudiantes: Se preparan para activar conocimientos previos y participar activamente.

Activación de conocimientos previos:

- **Docente:** Pregunta detonadora: “¿Qué saben sobre un ángulo central en una circunferencia? ¿Y sobre un ángulo inscrito? ¿Cómo creen que se relacionan?”
- **Estudiantes:** En parejas comentan sus ideas durante 5 minutos y luego comparten brevemente con el grupo.

Motivación y engancho:

Docente: Muestra un video corto (3 min) que ilustra ángulos centrales e inscritos en objetos cotidianos (ruedas, relojes, ruedas de bicicleta) y plantea el reto: “Vamos a descubrir por qué el ángulo inscrito siempre es la mitad del central que abarca el mismo arco.”

Estudiantes: Observan el video con atención y reflexionan sobre el reto.

Contextualización:

Docente: Relaciona el estudio con situaciones reales, como diseño de parques, ingeniería vial, y arquitectura, donde estas propiedades ayudan a calcular distancias y ángulos.

Estudiantes: Comentan ejemplos de su entorno donde podrían aplicar estos conceptos.

Fase de Desarrollo

Tiempo estimado:

90 minutos

Presentación del contenido:

Docente: Divide la clase en grupos de 3-4 estudiantes y entrega hojas con diagramas de una circunferencia con ángulos centrales e inscritos. Explica brevemente el concepto y las definiciones básicas, pero el foco es que ellos exploren con GeoGebra y construyan los ángulos por sí mismos.

Estudiantes: En grupos, usan GeoGebra para construir una circunferencia, trazar ángulos centrales e inscritos que subtienen el mismo arco y observan medidas.

Actividades de aprendizaje activo:

- **Actividad 1: Construcción y observación con GeoGebra**

Objetivo: Analizar propiedades básicas de ángulos central e inscrito.

Instrucciones: Cada grupo construirá la circunferencia y marcará dos puntos para formar un ángulo central; luego, construirá un ángulo inscrito que subtenga el mismo arco. Medirán ambos ángulos y anotarán resultados.

Organización: Grupos de 3-4

Producto: Tabla de medidas y observaciones

Tiempo: 30 minutos

Rol docente: Circular entre grupos, preguntar “¿Qué observan en las medidas? ¿Qué relación notan? ¿Por qué creen que sucede esto?”

- **Actividad 2: Demostración paso a paso en grupos**

Objetivo: Demostrar el teorema del ángulo inscrito.

Instrucciones: Cada grupo recibe una guía con pasos para construir una demostración visual y escrita del teorema, apoyándose en sus construcciones y argumentos lógicos.

Organización: Grupos de 3-4

Producto: Demostración escrita y dibujo explicativo

Tiempo: 40 minutos

Rol docente: Facilitar comprensión, guiar preguntas como “¿Qué propiedades usan para justificar cada paso?”, “¿Cómo justifican que el ángulo inscrito es la mitad del central?”

- **Actividad 3: Plenaria de debate y puesta en común**

Objetivo: Comunicar y argumentar conclusiones.

Instrucciones: Representantes de cada grupo presentan la demostración y resultados. Se propicia discusión y

aclaración de dudas.

Organización: Plenaria

Producto: Síntesis colectiva en pizarra

Tiempo: 20 minutos

Rol docente: Modera, fomenta respeto, clarifica conceptos erróneos o confusos.

Diferenciación:

- Estudiantes que terminan antes pueden explorar variaciones: construir ángulos inscritos que subtienden arcos mayores y menores, y verificar si la relación se mantiene.
- Para estudiantes con dificultades, el docente ofrece apoyo individual o en parejas con orientaciones más guiadas y uso de material concreto (cuerdas, reglas).

Transiciones:

Al terminar la plenaria, el docente conecta lo aprendido con la próxima sesión, que incluirá la exploración de tangentes, secantes y cuerdas, y cómo se relacionan con los ángulos estudiados.

Fase de Cierre

Tiempo estimado:

15 minutos

Síntesis:

Docente: Propone un mapa mental colectivo en pizarra para resumir propiedades clave de ángulos centrales e inscritos y su relación.

Estudiantes: Aportan ideas y completan el mapa.

Reflexión metacognitiva:

- ¿Por qué es importante que el ángulo inscrito sea la mitad del central?
- ¿Cómo me ayudó trabajar en grupo para entender esta propiedad?
- ¿Qué dudas o preguntas me quedaron sobre lo visto hoy?

Retroalimentación:

Docente: Escucha las respuestas, aclara dudas y felicita el trabajo colaborativo, enfatizando la importancia del razonamiento lógico.

Transferencia:

Docente: Anuncia que en la siguiente sesión se aplicarán estos conceptos a problemas con tangentes y secantes, ampliando su visión.

Tarea o reto:

Docente: Entrega una hoja con problemas para intentar en casa, relacionados con la medición de ángulos inscritos y centrales en situaciones prácticas.

Sesión 2: Tangentes, secantes y cuerdas: relaciones con ángulos en la circunferencia

Fase de Inicio

Tiempo estimado:

10 minutos

Propósito de la sesión:

Docente: Recuerda brevemente el teorema del ángulo inscrito y presenta el objetivo: explorar ahora cómo tangentes, secantes y cuerdas se relacionan con los ángulos centrales e inscritos.

Estudiantes: Preparan materiales y activan memoria para conectar conceptos.

Activación de conocimientos previos:

- **Docente:** Pregunta rápida: “¿Qué es una tangente a una circunferencia? ¿Y una secante? ¿Cómo creen que afectan a los ángulos que se forman?”
- **Estudiantes:** Formulan hipótesis en parejas y las comparten.

Motivación y enganche:

Docente: Presenta un reto: “Vamos a descubrir el ángulo que se forma entre una tangente y una cuerda, y cómo se relaciona con el arco opuesto.”

Contextualización:

Docente: Explica que estos conceptos aparecen en el diseño de engranajes y sistemas mecánicos.

Fase de Desarrollo

Tiempo estimado:

95 minutos

Presentación del contenido:

Docente: Da una breve explicación teórica apoyada con imágenes en proyector y luego invita a los grupos a experimentar con GeoGebra y papel, construyendo tangentes, secantes y cuerdas.

Actividades de aprendizaje activo:

- **Actividad 1: Construcción y observación de ángulos formados por tangentes y cuerdas**

Objetivo: Analizar propiedades del ángulo formado entre tangente y cuerda.

Instrucciones: Los grupos construyen una tangente y una cuerda que se interceptan en un punto de la

circunferencia, miden el ángulo formado y relacionan con el arco opuesto.

Organización: Grupos de 3-4

Producto: Tabla de medidas y conclusiones

Tiempo: 40 minutos

Rol docente: Promueve preguntas guía: “¿Qué relación observan entre el ángulo y el arco? ¿Cómo explicarían esta relación?”

• **Actividad 2: Resolución colaborativa de problemas**

Objetivo: Aplicar propiedades para resolver problemas con secantes y cuerdas.

Instrucciones: Se entrega una serie de problemas prácticos para resolver en grupo, apoyándose en las construcciones y propiedades estudiadas.

Organización: Grupos de 3-4

Producto: Soluciones escritas y explicaciones

Tiempo: 45 minutos

Rol docente: Facilita estrategias, supervisa razonamientos y fomenta la argumentación.

• **Actividad 3: Puesta en común y discusión**

Objetivo: Comunicar soluciones y clarificar conceptos.

Instrucciones: Cada grupo presenta uno de los problemas resueltos y explica su razonamiento.

Organización: Plenaria

Producto: Síntesis en pizarra

Tiempo: 10 minutos

Rol docente: Modera y da retroalimentación puntual.

Diferenciación:

- Para estudiantes avanzados: se proponen problemas con configuraciones complejas, incluyendo cuadriláteros inscritos.
- Para quienes necesitan más apoyo: se sugiere usar modelos físicos con cuerdas y reglas para visualizar mejor las relaciones.

Transiciones:

Docente: Conecta la exploración con la próxima sesión que abordará cuadriláteros inscritos y demostraciones más formales.

Fase de Cierre

Tiempo estimado:

15 minutos

Síntesis:

Docente: Solicita que cada estudiante escriba en una tarjeta una propiedad clave aprendida hoy.

Estudiantes: Comparten sus tarjetas y forman un mural colectivo.

Reflexión metacognitiva:

- ¿Cómo cambió tu comprensión sobre los ángulos al incluir tangentes y secantes?
- ¿Qué estrategias de trabajo en equipo te ayudaron hoy?
- ¿En qué situaciones prácticas podrías aplicar lo aprendido?

Retroalimentación:

Docente: Reconoce aportes, corrige errores conceptuales y destaca el desarrollo del razonamiento.

Transferencia:

Docente: Anuncia que en la siguiente sesión se profundizará en cuadriláteros inscritos y sus propiedades.

Tarea o reto:

Docente: Proporciona ejercicios para practicar identificación y cálculo de ángulos con tangentes y secantes.

Sesión 3: Cuadriláteros inscritos y relaciones angulares

Fase de Inicio

Tiempo estimado:

10 minutos

Propósito de la sesión:

Docente: Recapitulación breve y planteamiento del objetivo: descubrir y demostrar propiedades de los cuadriláteros inscritos en la circunferencia.

Activación de conocimientos previos:

- **Docente:** Pregunta: “¿Qué saben sobre los cuadriláteros y sus ángulos? ¿Cómo creen que cambia si están inscritos en una circunferencia?”
- **Estudiantes:** Comparten ideas en grupo pequeño.

Motivación y enganche:

Docente: Presenta un problema real donde se debe calcular un ángulo faltante en un cuadrilátero inscrito para diseñar un dispositivo.

Contextualización:

Docente: Relaciona con aplicaciones en ingeniería y diseño de estructuras.

Fase de Desarrollo

Tiempo estimado:

95 minutos

Presentación del contenido:

Docente: Explica la propiedad fundamental: la suma de ángulos opuestos en un cuadrilátero inscrito es 180° y guía la construcción de la demostración.

Actividades de aprendizaje activo:

- **Actividad 1: Construcción y medición de cuadriláteros inscritos**

Objetivo: Verificar experimentalmente la propiedad de los ángulos opuestos.

Instrucciones: Grupos construyen distintos cuadriláteros inscritos en GeoGebra, miden ángulos opuestos y registran resultados.

Organización: Grupos de 3-4

Producto: Tabla de medidas y observaciones

Tiempo: 30 minutos

Rol docente: Promueve reflexión: “¿Se cumple siempre la suma de 180° ? ¿Por qué?”

- **Actividad 2: Demostración formal en grupos**

Objetivo: Construir y argumentar la demostración del teorema del cuadrilátero inscrito.

Instrucciones: Los grupos elaboran una demostración escrita apoyada en los resultados del teorema del ángulo inscrito y propiedades previas.

Organización: Grupos de 3-4

Producto: Demostración escrita y gráfica

Tiempo: 45 minutos

Rol docente: Facilita, orienta el razonamiento deductivo y plantea preguntas para profundizar.

- **Actividad 3: Presentación y discusión**

Objetivo: Comunicar ideas y clarificar dudas.

Instrucciones: Grupos exponen sus demostraciones y se genera debate.

Organización: Plenaria

Producto: Síntesis colectiva en pizarra

Tiempo: 20 minutos

Rol docente: Modera y retroalimenta.

Diferenciación:

- Para estudiantes avanzados: proponen y demuestran propiedades adicionales de cuadriláteros inscritos.
- Para estudiantes que requieren apoyo: ofrecen guías paso a paso con ejemplos concretos.

Transiciones:

Docente: Vincula esta demostración con la importancia del razonamiento lógico y la preparación para análisis matemático, tema de la próxima sesión.

Fase de Cierre

Tiempo estimado:

15 minutos

Síntesis:

Docente: Organiza un resumen en forma de esquema colectivo que recoja las propiedades estudiadas sobre cuadriláteros inscritos.

Reflexión metacognitiva:

- ¿Cómo te ayudó la construcción en GeoGebra para entender las propiedades?
- ¿Qué dificultades encontraste en la demostración y cómo las superaste?
- ¿Qué aplicaciones prácticas visualizas para estos conocimientos?

Retroalimentación:

Docente: Da retroalimentación positiva, puntualiza la importancia de la demostración y felicita el trabajo en equipo.

Transferencia:

Docente: Anuncia que en la última sesión se profundizará en la formalización de relaciones y conexiones con otros temas del currículo.

Tarea o reto:

Docente: Entrega ejercicios para practicar identificación y demostración de propiedades en cuadriláteros inscritos.

Sesión 4: Consolidación, formalización y aplicaciones de ángulos y cuadriláteros inscritos

Fase de Inicio

Tiempo estimado:

10 minutos

Propósito de la sesión:

Docente: Presenta los objetivos de la sesión: consolidar lo aprendido, formalizar relaciones y aplicar conocimientos a problemas complejos.

Activación de conocimientos previos:

- **Docente:** Pregunta: “¿Qué propiedades de ángulos centrales, inscritos y cuadriláteros recuerdan que son clave para resolver problemas?”
- **Estudiantes:** Responden en plenaria.

Motivación y enganche:

Docente: Plantea un desafío: “Vamos a resolver un problema que integra todos los conceptos vistos y que tiene aplicación en análisis geométrico.”

Contextualización:

Docente: Relaciona con el análisis y modelado matemático en ciencias e ingeniería.

Fase de Desarrollo

Tiempo estimado:

95 minutos

Presentación del contenido:

Docente: Resume la formalización de los teoremas clave y presenta un problema complejo integrador.

Actividades de aprendizaje activo:

• **Actividad 1: Resolución colaborativa de problema integrador**

Objetivo: Aplicar todas las propiedades y demostraciones para resolver un problema complejo.

Instrucciones: Grupos trabajan en la resolución, elaboran estrategias, construyen figuras, y justifican cada paso.

Organización: Grupos de 3-4

Producto: Solución escrita completa con argumentación y gráficos

Tiempo: 60 minutos

Rol docente: Supervisar, cuestionar, apoyar la argumentación lógica y la comunicación.

• **Actividad 2: Presentación y evaluación grupal**

Objetivo: Comunicar y evaluar soluciones.

Instrucciones: Cada grupo expone su solución y responde preguntas de los compañeros.

Organización: Plenaria

Producto: Exposición oral y diálogo

Tiempo: 25 minutos

Rol docente: Facilitar diálogo, observar competencias y dar retroalimentación.

Diferenciación:

- Para estudiantes que terminan antes: preparación de un resumen visual o infografía del problema y su solución.
- Para estudiantes con dificultades: apoyo con guías de preguntas para estructurar la solución.

Transiciones:

Docente: Conecta la sesión con la importancia del pensamiento deductivo para futuros estudios matemáticos y científicos.

Fase de Cierre

Tiempo estimado:

15 minutos

Síntesis:

Docente: Propone un ejercicio de “ticket de salida”: escribir tres aprendizajes clave y una pregunta abierta para seguir explorando.

Reflexión metacognitiva:

- ¿Qué nuevo entendimiento tengo sobre los ángulos centrales e inscritos?
- ¿Cómo me ayudó el trabajo colaborativo a profundizar en estos conceptos?
- ¿Cómo puedo aplicar este conocimiento en otras áreas o situaciones?

Retroalimentación:

Docente: Lee y comenta algunos tickets, felicita el esfuerzo y motiva el aprendizaje continuo.

Transferencia:

Docente: Sugiere explorar temas más avanzados en análisis y geometría, utilizando las bases aprendidas.

Tarea o reto:

Docente: Invita a investigar y traer un ejemplo real (foto o dibujo) donde se observen ángulos inscritos o cuadriláteros inscritos para compartir en clase.

Evaluación

Tipo de evaluación:

- Diagnóstica: Activación de conocimientos previos en la primera sesión para identificar ideas y nivel inicial.
- Formativa: A lo largo de todas las sesiones mediante observación directa, participación en actividades colaborativas, debates, entregas de productos escritos y exposiciones orales.
- Sumativa: Evaluación final en la cuarta sesión con la resolución del problema integrador y la demostración de comprensión en la exposición y síntesis.

Criterios de evaluación:

- Capacidad para analizar y explicar la relación entre ángulos centrales e inscritos (objetivo 1).
- Habilidad para construir y comunicar demostraciones geométricas deductivas (objetivo 2).

- Aplicación correcta de propiedades geométricas en problemas con tangentes, secantes y cuadriláteros inscritos (objetivo 3).
- Participación activa y colaborativa en el trabajo en equipo (objetivo 4).
- Claridad y coherencia en la argumentación matemática y comunicación (objetivo 5).

Instrumentos sugeridos:

- Lista de cotejo para participación y trabajo colaborativo.
- Rúbrica para evaluar demostraciones y resolución de problemas (con criterios de claridad, precisión, razonamiento y presentación).
- Observación directa durante actividades y exposiciones.
- Portafolio con productos escritos y registros de actividades.
- Autoevaluación y coevaluación para reflexionar sobre el aprendizaje y la colaboración.

Evidencias de aprendizaje:

- Tablas y notas de observación de construcciones geométricas.
- Demostraciones escritas de teoremas y propiedades.
- Resolución de problemas aplicados.
- Exposiciones orales y síntesis colectivas.
- Respuestas en reflexiones metacognitivas y tickets de salida.

Enriquecimientos

Desarrollo - Ejemplos

Ejemplos Prácticos y Casos de Estudio para el Plan de Clase

Los siguientes ejemplos y casos están diseñados para ser abordados mediante la metodología de Aprendizaje Colaborativo, fomentando la discusión, el análisis conjunto y la construcción colectiva del conocimiento en grupos pequeños. Cada actividad conecta con el objetivo general de promover la exploración activa y el desarrollo del pensamiento deductivo y lógico en torno a ángulos centrales e inscritos en la circunferencia.

Sesión 1: Introducción y Exploración de Ángulos Central e Inscrito

- **Ejemplo Práctico: Diseño de un reloj circular**
 - *Contexto:* Los estudiantes trabajan en grupos para analizar el diseño de un reloj analógico circular.
 - *Actividad:* Identificar ángulos centrales formados por las manecillas del reloj en diferentes horas (por ejemplo, las 3:00, las 6:00) y relacionarlos con los ángulos inscritos que se forman si se consideran puntos en la circunferencia que “ven” esos ángulos.
 - *Objetivo:* Visualizar ángulos centrales e inscritos en un contexto cotidiano y comenzar a relacionar sus medidas.
- **Caso de Estudio: El ángulo inscrito en un arco de una plaza circular**

- *Contexto:* Considerando una plaza circular con senderos que se cruzan en distintos puntos de la circunferencia, los estudiantes analizan los ángulos que se forman en esos cruces.
- *Actividad:* En grupos, medir o calcular los ángulos centrales e inscritos formados por los senderos, y discutir cómo el ángulo inscrito es la mitad del central que subtiende el mismo arco.
- *Objetivo:* Introducir el teorema del ángulo inscrito mediante un escenario realista y observable.

Sesión 2: Profundización en Propiedades y Demostración Deductiva

• Ejemplo Práctico: Análisis de un logo deportivo

- *Contexto:* Utilizar un logo que contenga elementos circulares y líneas tangentes o secantes (puede ser un logo conocido o creado por los estudiantes).
- *Actividad:* En grupos, identificar ángulos centrales, inscritos, tangentes y secantes. Construir una demostración paso a paso del teorema del ángulo inscrito aplicándolo en el diseño.
- *Objetivo:* Consolidar la habilidad deductiva y lógica a partir de un ejemplo gráfico atractivo.

• Caso de Estudio: Diseño de un escenario para un concierto circular

- *Contexto:* Un grupo de organizadores debe diseñar la ubicación de luces y cámaras en un escenario circular, considerando ángulos centrales e inscritos para optimizar la visibilidad.
- *Actividad:* Simular en grupos la ubicación de estos elementos y justificar la elección de los ángulos según las propiedades geométricas estudiadas.
- *Objetivo:* Aplicar conceptos geométricos en un contexto profesional y colaborativo.

Sesión 3: Integración de Tangentes, Secantes, Cuerdas y Cuadriláteros Inscritos

• Ejemplo Práctico: Construcción y análisis con software geogebra

- *Contexto:* Uso de herramientas digitales para construir circunferencias, tangentes, secantes y cuerdas.
- *Actividad:* En equipos, crear diferentes configuraciones, medir ángulos y verificar propiedades de cuadriláteros inscritos, especialmente la suma de ángulos opuestos.
- *Objetivo:* Visualizar dinámicamente las propiedades y fortalecer la comprensión mediante experimentación.

• Caso de Estudio: Proyecto arquitectónico de un parque circular

- *Contexto:* Diseñar un parque con caminos que formen cuadriláteros inscritos y analizar sus ángulos y propiedades.
- *Actividad:* Colaborar en la planificación, calcular los ángulos centrales, inscritos y discutir las implicancias en el diseño.
- *Objetivo:* Integrar conocimientos geométricos y promover el trabajo interdisciplinar y colaborativo.

Sesión 4: Aplicación y Puente hacia Temas Avanzados

• Ejemplo Práctico: Resolución de problemas reales con ángulos en circunferencias

- *Contexto:* Presentar problemas reales o de interés (por ejemplo, cálculo de ángulos en antenas parabólicas, diseño de ruedas o engranajes).
- *Actividad:* En grupos, resolver problemas aplicando los teoremas estudiados y presentar sus soluciones argumentadas.
- *Objetivo:* Consolidar la aplicación práctica y el razonamiento deductivo.

• **Caso de Estudio: Preparación para análisis geométrico avanzado**

- *Contexto:* Reflexionar en grupos sobre cómo los conceptos aprendidos constituyen la base para temas como la trigonometría y el análisis matemático.
- *Actividad:* Elaborar mapas conceptuales colaborativos que integren ángulos centrales, inscritos, propiedades y su relación con otros contenidos curriculares.
- *Objetivo:* Fomentar la metacognición y la articulación curricular.

Inicio - Contextualizar

Contextualización para la fase de inicio

Imaginemos que están en un parque, observando un carrusel o una rueda de la fortuna. Estas estructuras giran alrededor de un centro y todos sus elementos están diseñados con base en conceptos matemáticos relacionados con círculos y ángulos. Por ejemplo, cuando se suben a una rueda de la fortuna, ¿han pensado cómo se calcula el espacio que ocupa cada cabina o cómo se distribuyen los asientos para que el equilibrio sea perfecto? Estos cálculos dependen directamente de la comprensión de las propiedades de los ángulos en la circunferencia.

Además, en el mundo digital, los videojuegos y las animaciones también utilizan estos conceptos para crear movimientos circulares realistas, como girar una cámara alrededor de un personaje o trazar trayectorias de objetos. Incluso en deportes, como el tiro con arco o el golf, la precisión en el ángulo de lanzamiento puede marcar la diferencia entre el éxito y el fallo.

Durante estas cuatro sesiones, vamos a explorar juntos cómo los ángulos centrales e inscritos en una circunferencia no solo son conceptos abstractos, sino herramientas que utilizan ingenieros, diseñadores y deportistas en su día a día. Aprenderemos a razonar de manera lógica y deductiva para comprender y demostrar propiedades que nos ayudarán a resolver problemas complejos.

Los invito a abrir su mente con curiosidad y a trabajar en equipo, porque el aprendizaje colaborativo no solo facilita la comprensión, sino que también hace que el proceso sea más dinámico y motivador. Este viaje matemático será una oportunidad para descubrir cómo la geometría está presente en muchas facetas de nuestra vida cotidiana y en las tecnologías que usamos a diario.

Desarrollo - Evaluar

Herramientas de Evaluación Formativa para el Plan de Clase

A continuación se presentan diversas herramientas de evaluación formativa diseñadas para monitorear el progreso de los estudiantes en cada sesión, alineadas con los objetivos de aprendizaje y la metodología de Aprendizaje Colaborativo. Estas herramientas son rápidas de aplicar, adecuadas para estudiantes de 15-17 años, y permiten ajustar la enseñanza en tiempo real.

Sesión 1: Introducción a Ángulo Central e Inscrito

- **Mini-cuestionario de Conceptos Clave (10 minutos)**

- Preguntas rápidas tipo verdadero/falso o selección múltiple sobre definiciones básicas: ángulo central, ángulo inscrito, arco.
- Ejemplo: "El ángulo inscrito es siempre igual al ángulo central que subtiende el mismo arco. ¿Verdadero o Falso?"

- **Mapa Conceptual Colaborativo (15 minutos)**

- Dividir la clase en grupos para que construyan un mapa conceptual en cartulina o digital, que incluya los conceptos trabajados.
- Permite visualizar la comprensión y relaciones entre conceptos.

Sesión 2: Aplicación del Teorema del Ángulo Inscrito

- **Ejercicios Rápidos en Parejas (15 minutos)**

- Resolver problemas breves donde deben calcular ángulos centrales e inscritos dados ciertos datos.
- El docente circula para observar estrategias y dificultades.

- **Autoevaluación con Rúbrica Simplificada (10 minutos)**

- Los estudiantes evalúan su comprensión y participación con indicadores simples: "Comprendo el teorema", "Puedo aplicarlo en problemas", "Necesito repasar".

Sesión 3: Exploración de Tangentes, Secantes y Cuerdas

- **Actividad de Debate Rápido (10 minutos)**

- Grupos discuten afirmaciones sobre propiedades de tangentes, secantes y cuerdas y justifican si son verdaderas o falsas.
- Permite evaluar el razonamiento y argumentación.

- **Ficha de Observación Docente (en desarrollo de la actividad)**

- El docente registra observaciones sobre participación, trabajo en grupo y comprensión conceptual.

Sesión 4: Cuadriláteros Inscritos y Síntesis

- **Ejercicio de Resolución en Equipo (20 minutos)**

- Resolver un problema complejo que integre ángulos, tangentes y cuadriláteros inscritos, promoviendo discusión y consenso en el grupo.

• **Encuesta Rápida de Retroalimentación (5 minutos)**

- Preguntas tipo escala de 1 a 5 sobre su nivel de confianza en los conceptos aprendidos y la utilidad de las actividades colaborativas.

• **Autoevaluación Final**

- Los estudiantes completan una breve reflexión escrita sobre su aprendizaje y desafíos encontrados.

Consideraciones para el Docente

- Utilizar las observaciones y resultados de estas evaluaciones para ajustar tiempos y enfoques en las siguientes sesiones.
- Fomentar la retroalimentación entre pares para reforzar el aprendizaje colaborativo.
- Incorporar preguntas abiertas que inviten a la reflexión y explicación del razonamiento.

Cierre - Rubrica

Rúbrica para Evaluar Resultados Finales: "Explorando los Ángulos en la Circunferencia: Central e Inscrito en Acción"

Criterios de Evaluación	Excelente (4 puntos)	Bueno (3 puntos)	Aceptable (2 puntos)	Insuficiente (1 punto)
Comprensión Conceptual Demuestra un dominio sólido de las propiedades de ángulos centrales e inscritos, tangentes, secantes, cuerdas y cuadriláteros inscritos.	Explica con claridad y precisión todas las propiedades y relaciones, usando terminología matemática correcta y ejemplos adecuados.	Explica la mayoría de las propiedades con precisión, aunque con algunas imprecisiones menores en terminología o ejemplos.	Demuestra comprensión básica de algunas propiedades, pero con errores conceptuales o confusión en terminología.	No logra explicar adecuadamente las propiedades o muestra conceptos erróneos significativos.
Aplicación del Teorema del Ángulo Inscrito Capacidad para utilizar el teorema en demostraciones y problemas prácticos.	Realiza demostraciones deductivas completas y correctas, aplicando el teorema paso a paso con razonamiento lógico sólido.	Realiza demostraciones correctas pero con pasos poco detallados o algunas imprecisiones en el razonamiento.	Intenta aplicar el teorema, pero la demostración presenta errores o falta de claridad en el razonamiento.	No logra aplicar el teorema o la demostración es incorrecta o incompleta.

Criterios de Evaluación	Excelente (4 puntos)	Bueno (3 puntos)	Aceptable (2 puntos)	Insuficiente (1 punto)
Resolución de Problemas Geométricos Capacidad para resolver problemas relacionados con la circunferencia y sus ángulos.	Resuelve problemas complejos correctamente, seleccionando y justificando procedimientos adecuados de forma autónoma.	Resuelve la mayoría de problemas correctamente, aunque requiere alguna guía o apoyo para justificar procedimientos.	Resuelve problemas básicos correctamente, pero tiene dificultades con problemas más complejos o justificaciones sólidas.	No resuelve problemas o los resuelve incorrectamente sin justificación.
Colaboración y Participación Contribución activa al trabajo en equipo y construcción colectiva del conocimiento.	Participa activamente, promueve el diálogo y aporta ideas claras que enriquecen el aprendizaje grupal.	Participa regularmente y contribuye de manera positiva en la mayoría de las actividades grupales.	Participa ocasionalmente, con aportes limitados que no siempre enriquecen el trabajo colaborativo.	No participa o dificulta el trabajo en equipo.
Comunicación Matemática Claridad y precisión en la expresión oral y escrita de conceptos y procedimientos.	Se expresa con claridad, usando lenguaje matemático adecuado y notación correcta sin errores.	Se expresa con claridad en general, con algunos errores menores en notación o terminología.	Se expresa con dificultades; presenta errores frecuentes en terminología o notación matemática.	No logra comunicar adecuadamente las ideas matemáticas, dificultando la comprensión.

Indicaciones para el docente:

- Utilizar esta rúbrica para evaluar trabajos escritos, presentaciones grupales y participación durante las sesiones.
- Promover que los estudiantes reflexionen sobre sus avances en cada criterio para favorecer la autoevaluación y coevaluación.
- Adaptar ejemplos y problemas para que sean pertinentes a los intereses y nivel de los estudiantes, facilitando la aplicación práctica de los conceptos.

Recomendaciones - Dei

Diversidad

- Incluir ejemplos y materiales visuales culturalmente diversos: Al seleccionar objetos cotidianos para el video y ejemplos (ruedas, relojes, bicicletas), incluir imágenes que representen contextos y culturas diferentes para que todos los estudiantes se sientan reconocidos y motivados. Esto puede incluir vehículos o juegos comunes en distintas comunidades.

- Permitir el uso de distintos idiomas o dialectos para las discusiones en parejas y grupos: Reconocer la diversidad lingüística del aula invitando a que los estudiantes expresen ideas en su lengua materna durante las discusiones iniciales, para luego compartir en el idioma común, fomentando así la confianza y participación.
- Adaptar la actividad práctica con GeoGebra para diferentes niveles de destreza tecnológica: Asignar roles dentro del grupo (como operador de GeoGebra, anotador, portavoz) según habilidades, para que todos participen activamente y se valoren distintas capacidades.

Impacto: Estas adaptaciones promueven un ambiente respetuoso y valorativo de las diferencias individuales, fomentan mayor participación y mejoran la comprensión al partir de experiencias diversas y lenguaje cercano.

Equidad de Género

- Evitar estereotipos de género en la formación de grupos y roles: Al organizar grupos, asegurar que haya mezcla de géneros y que los roles asignados (liderazgo, manejo de GeoGebra, presentación) roten o se elijan para que todos tengan oportunidad de desarrollar habilidades diversas.
- Usar ejemplos y lenguaje inclusivo: Al presentar situaciones de aplicación (ingeniería vial, arquitectura, diseño de parques), mencionar mujeres y hombres profesionales en esas áreas para romper estereotipos sobre quiénes pueden dedicarse a esas disciplinas.
- Incluir reflexión breve al inicio o cierre sobre la importancia de la igualdad de oportunidades en ciencias y matemáticas, invitando a cuestionar prejuicios de género que puedan limitar su participación.

Impacto: Estas estrategias contribuyen a dismantelar roles y expectativas de género, empoderan a todos los estudiantes para participar activamente y promueven un ambiente justo y motivador.

Inclusión

- Proveer materiales alternativos y accesibles: Además de GeoGebra, ofrecer materiales tangibles como cuerdas, compases, y plantillas para que estudiantes con dificultades visuales o motrices puedan manipular físicamente y comprender los conceptos.
- Implementar pausas y tiempos flexibles en actividades: Permitir que estudiantes con necesidades de procesamiento más lento tengan tiempo adicional para explorar en GeoGebra o consultar dudas, e incluir momentos para preguntas y aclaraciones frecuentes.
- Diseñar evaluaciones formativas diversas: Usar preguntas orales, dibujos, explicaciones grupales o escritas para que cada estudiante demuestre comprensión según sus fortalezas, no solo a través de exámenes escritos tradicionales.

Impacto: Estas adaptaciones garantizan que todos los estudiantes accedan y participen plenamente, reducen barreras de aprendizaje y respetan los diferentes ritmos y estilos cognitivos, fortaleciendo la autoestima y el éxito académico.

Recomendaciones - Competencias

1. Competencias Cognitivas

Para estudiantes de 15-17 años, el tema de ángulos centrales e inscritos ofrece una excelente oportunidad para desarrollar competencias cognitivas clave como pensamiento crítico, resolución de problemas y habilidades digitales.

- **Pensamiento Crítico:** Se puede promover analizando cuidadosamente la demostración del teorema del ángulo inscrito, cuestionando cada paso y sus fundamentos lógicos.
- **Resolución de Problemas:** Los estudiantes pueden enfrentarse a retos donde deban aplicar propiedades de los ángulos para resolver problemas geométricos complejos o situaciones reales.
- **Habilidades Digitales:** El uso de GeoGebra fomenta la competencia digital al manipular herramientas tecnológicas para la construcción y exploración geométrica.

Modificaciones específicas a actividades:

- Incluir en la fase de desarrollo un desafío donde los estudiantes creen sus propias conjeturas sobre relaciones entre ángulos usando GeoGebra antes de presentar formalmente el teorema.
- Incorporar preguntas que fomenten la reflexión crítica, por ejemplo: “¿Por qué el ángulo inscrito no puede ser mayor que el ángulo central que subtiene el mismo arco? ¿Qué pasaría si cambian las posiciones de los puntos?”
- Proponer mini-proyectos de resolución de problemas contextualizados, donde deban aplicar las propiedades en situaciones reales o simuladas (ejemplo: diseño de señalización vial o estructuras arquitectónicas).

Técnicas de facilitación para el docente:

- Uso de preguntas abiertas y socráticas para guiar la exploración matemática y promover el pensamiento profundo.
- Promover el aprendizaje basado en indagación, dejando que los estudiantes descubran relaciones y propiedades mediante experimentación con GeoGebra.
- Realizar sesiones breves de reflexión grupal para compartir hallazgos y contrastar diferentes enfoques de solución.

2. Competencias Interpersonales

Las actividades grupales ya planteadas son una base excelente para fortalecer la colaboración y comunicación entre estudiantes de media.

- **Colaboración:** Fomentar roles rotativos dentro de los grupos (moderador, registrador, presentador, explorador en GeoGebra) para asegurar participación equitativa y responsabilidad compartida.
- **Comunicación:** Incentivar que los grupos documenten sus conclusiones y las comuniquen oralmente al resto de la clase, promoviendo la claridad y argumentación matemática.
- **Conciencia Socioemocional:** Plantear momentos para que los estudiantes expresen dificultades encontradas y estrategias usadas, promoviendo empatía y apoyo mutuo.

Estrategias concretas:

- Implementar “Círculos de diálogo” al final de cada sesión para reflexionar sobre cómo trabajaron colaborativamente y cómo resolvieron desacuerdos o dificultades.
- Diseñar actividades donde los grupos deban negociar una estrategia común para construir o demostrar una propiedad, reforzando la negociación y consenso.

- Incluir autoevaluaciones y coevaluaciones breves sobre la dinámica grupal y la contribución individual.

3. Actitudes y Valores

El desarrollo de actitudes como la curiosidad, la responsabilidad y la mentalidad de crecimiento es fundamental para el aprendizaje matemático y el desarrollo personal en esta etapa.

- **Curiosidad:** Crear momentos en cada sesión para que los estudiantes planteen preguntas propias o hipótesis relacionadas con los ángulos y sus aplicaciones.
- **Responsabilidad:** Asignar tareas parciales dentro del grupo que requieran preparación previa o investigación para fomentar compromiso individual.
- **Mentalidad de Crecimiento:** Enfatizar que el error es parte del proceso de aprendizaje y que la demostración matemática es una construcción que puede revisarse y mejorarse.

Momentos específicos para su desarrollo:

- Inicio de cada sesión: plantear preguntas motivadoras que despierten la curiosidad y el interés.
- Durante las actividades grupales: promover la autoevaluación y reflexión sobre el esfuerzo y las estrategias utilizadas.
- Final de cada sesión: breves preguntas de reflexión como “¿Qué aprendí hoy que no esperaba?”, “¿Cómo enfrenté las dificultades?”, “¿Qué puedo mejorar la próxima vez?”.

Preguntas de reflexión sugeridas:

- ¿Por qué es importante entender la relación entre ángulos centrales e inscritos en la vida real?
- ¿Cómo me ayudó el trabajo en equipo a comprender mejor los conceptos?
- ¿Qué aprendí de mis errores y cómo puedo aplicar ese aprendizaje en futuros problemas?

Recomendaciones - TICs

Inicio de la Sesión

- **Herramienta:** YouTube (Video educativo sobre ángulos centrales e inscritos)

Implementación: El docente selecciona un video didáctico breve que muestre ejemplos visuales y cotidianos para motivar a los estudiantes. Se proyecta en clase para activar conocimientos previos y generar interés.

Contribución a objetivos: Facilita la comprensión inicial del tema con imágenes concretas, activando el pensamiento lógico y la conexión con el entorno.

Nivel SAMR: Sustitución

- **Herramienta:** Plataforma de videoconferencias con chat (por ejemplo, Google Meet o Zoom)

Implementación: Para estudiantes que trabajan en parejas, se puede usar la función de chat o salas pequeñas para que discutan las preguntas detonadoras antes de compartir en plenaria.

Contribución a objetivos: Fomenta la participación activa y el intercambio colaborativo, fortaleciendo el pensamiento deductivo desde el inicio.

Nivel SAMR: Aumento

Desarrollo de la Sesión

- **Herramienta:** GeoGebra (software de geometría dinámica)

Implementación: Los estudiantes trabajan en grupos para construir circunferencias, ángulos centrales e inscritos. Pueden manipular los elementos para observar cómo cambian las medidas y validar el teorema del ángulo inscrito.

Contribución a objetivos: Permite la exploración activa y visualización dinámica, promoviendo la comprensión profunda y el razonamiento lógico deductivo, crucial para afianzar conceptos geométricos.

Nivel SAMR: Modificación

- **Herramienta:** Aplicación o extensión de IA para generación de preguntas adaptativas (por ejemplo, Socratic by Google)

Implementación: Durante la actividad, los estudiantes pueden usar la app para plantear dudas y obtener explicaciones paso a paso sobre construcciones o propiedades geométricas relacionadas.

Contribución a objetivos: Apoya la autoevaluación y resolución de problemas, fomentando la autonomía y el pensamiento crítico al profundizar en el teorema y sus demostraciones.

Nivel SAMR: Aumento

Cierre de la Sesión

- **Herramienta:** Google Slides o PowerPoint colaborativo en línea

Implementación: Cada grupo prepara una breve presentación digital donde explican la relación entre los ángulos centrales e inscritos y su demostración. Se comparte con toda la clase para discusión y retroalimentación.

Contribución a objetivos: Fomenta la comunicación matemática, el trabajo colaborativo y la formalización de ideas, permitiendo integrar conocimientos y preparar el puente hacia análisis más complejos.

Nivel SAMR: Modificación

- **Herramienta:** Foro en plataforma educativa (Moodle, Google Classroom)

Implementación: Se crea un foro para que los estudiantes publiquen reflexiones sobre la sesión y respondan preguntas relacionadas con aplicaciones prácticas de los ángulos en su entorno.

Contribución a objetivos: Extiende el aprendizaje más allá del aula, promueve la articulación de conocimientos y el pensamiento crítico sobre usos reales en ingeniería, arquitectura, etc.

Nivel SAMR: Redefinición

Cierre - Sintetizar

Actividad de Síntesis para la Fase de Cierre: "Creación y Presentación de Mapas Conceptuales Colaborativos"

Duración: 40 minutos

Objetivo de la actividad: Consolidar y verificar los aprendizajes clave sobre ángulos central e inscrito, sus propiedades, y su relación con otros elementos de la circunferencia, promoviendo el razonamiento deductivo y la articulación de conceptos en un formato colaborativo.

Descripción de la Actividad

- **Formación de grupos:** Dividir a los estudiantes en grupos de 4 a 5 integrantes para favorecer la colaboración y el intercambio de ideas.
- **Tarea del grupo:** Cada grupo elaborará un mapa conceptual que incluya:
 - Definiciones y propiedades de ángulos central e inscrito.
 - Relación entre el ángulo inscrito y el central (teorema del ángulo inscrito).
 - Elementos de la circunferencia relacionados (tangentes, secantes, cuerdas, cuadriláteros inscritos).
 - Ejemplos visuales o esquemas que ilustren las relaciones clave.
 - Aplicaciones o conexiones con otros contenidos de geometría.
- **Materiales:** Papelógrafos, marcadores, reglas y plantillas para dibujo, o herramientas digitales colaborativas si están disponibles.
- **Proceso:**
 1. Los estudiantes discuten y organizan la información clave de las sesiones previas.
 2. Construyen el mapa conceptual integrando los conceptos y relaciones de manera clara y lógica.
 3. Preparan una breve presentación (3-4 minutos) para explicar su mapa al resto del grupo.
- **Presentación y retroalimentación:** Cada grupo expone su mapa conceptual. Los docentes y compañeros aportan preguntas y comentarios que permitan aclarar dudas y reforzar conceptos.

Aspectos pedagógicos y alineación con la metodología de Aprendizaje Colaborativo

- **Trabajo en equipo:** Fomenta la responsabilidad compartida y la comunicación efectiva.
- **Construcción conjunta del conocimiento:** Los estudiantes sintetizan y organizan ideas, favoreciendo la comprensión profunda.
- **Desarrollo del pensamiento crítico y deductivo:** Al explicar sus mapas, los alumnos ejercitan la argumentación y la demostración del teorema del ángulo inscrito.
- **Evaluación formativa:** Permite al docente identificar el nivel de logro de los objetivos y clarificar conceptos antes de finalizar el tema.

Indicadores para verificar el logro de los objetivos

- Capacidad para identificar y describir correctamente ángulos central e inscrito y sus propiedades.

- Claridad en la explicación de la relación entre ángulo inscrito y central, incluyendo el teorema.
- Integración coherente de otros elementos de la circunferencia en el mapa conceptual.
- Participación activa y colaborativa de todos los integrantes en la construcción y presentación.

Cierre - Reflexionar

Preguntas de reflexión metacognitiva para el cierre

- ¿Cómo explicarías con tus propias palabras la diferencia entre un ángulo central y un ángulo inscrito en una circunferencia?
- ¿Qué pasos seguiste para comprender y demostrar que el ángulo inscrito es la mitad del ángulo central que subtiende el mismo arco?
- ¿En qué situaciones prácticas o problemas geométricos crees que pueden ser útiles las propiedades de los ángulos en la circunferencia?
- ¿Qué dificultades encontraste al trabajar con tangentes, secantes y cuerdas, y cómo las superaste?
- ¿De qué manera el trabajo en equipo contribuyó a tu aprendizaje sobre los cuadriláteros inscritos y las relaciones angulares?
- ¿Cómo relacionarías los conceptos aprendidos en esta unidad con otros temas de geometría que has visto anteriormente o que estudiarás en el futuro?
- ¿Qué estrategias de estudio o resolución de problemas te fueron más útiles durante estas sesiones y por qué?

Actividades de reflexión metacognitiva para el cierre

- **Diario de aprendizaje colaborativo:** En pequeños grupos, cada estudiante escribe tres aspectos que comprendió bien, dos dudas que aún tiene y una estrategia que le ayudó a aprender. Luego, comparten y discuten sus respuestas para consolidar el aprendizaje colectivo.
- **Mapa conceptual grupal:** Construir un mapa conceptual que integre los conceptos de ángulo central, ángulo inscrito, tangentes, secantes, cuerdas y cuadriláteros inscritos, destacando las relaciones entre ellos y cómo se aplican en problemas geométricos.
- **Debate reflexivo:** Organizar un debate donde los estudiantes expliquen por qué el teorema del ángulo inscrito es un modelo efectivo de demostración deductiva y cómo este conocimiento puede facilitar la resolución de problemas más complejos en geometría.
- **Autoevaluación con rúbrica:** Proporcionar una rúbrica sencilla para que cada estudiante evalúe su participación, comprensión y aplicación de los conceptos, fomentando la conciencia sobre su propio proceso de aprendizaje.
- **Preguntas guía para discusión final:** Facilitar una discusión en grupo usando las preguntas propuestas para que los estudiantes verbalicen su comprensión y reflexionen sobre su proceso de aprendizaje colaborativo.

Desarrollo - Tareas

Tareas Estructuradas para la Fase de Desarrollo

Tarea	Instrucciones	Tiempo estimado	Producto esperado	Objetivo específico
Tarea 1: Construcción y Observación de Ángulos Central e Inscrito	• Formar grupos de 4 estudiantes. • Con ayuda de compás y transportador, cada grupo construirá una circunferencia y trazará un ángulo central y uno inscrito que subtienden el mismo arco. • Observarán y medirán ambos ángulos, registrando las medidas en una tabla. • Discutirán en equipo la relación entre las medidas obtenidas. • Preparar una breve explicación para compartir con la clase.	50 minutos	• Tabla comparativa con medidas de ángulos centrales e inscritos. • Explicación grupal oral o con apoyo visual (pizarra o diapositiva) sobre la relación observada.	Comprender empíricamente la relación entre ángulo central e inscrito que subtienden el mismo arco.
Tarea 2: Demostración Guiada del Teorema del Ángulo Inscrito	• En grupos de 4, recibirán una guía paso a paso para construir la demostración deductiva del teorema del ángulo inscrito. • Analizarán cada paso en conjunto, identificando las propiedades geométricas utilizadas. • Discutirán dudas y corregirán errores en la lógica demostrativa. • Elaborarán un resumen gráfico de la demostración para presentar al resto de la clase.	60 minutos	• Resumen gráfico (diagrama con anotaciones) de la demostración. • Exposición breve de la lógica deductiva aplicada.	Desarrollar pensamiento deductivo y lógico a través de la formalización de la demostración del teorema.

Tarea	Instrucciones	Tiempo estimado	Producto esperado	Objetivo específico
Tarea 3: Aplicación Práctica en Problemas del Mundo Real	• En grupos, recibirán problemas contextualizados que involucren ángulos centrales, inscritos y propiedades de circunferencia (ejemplo: diseño de un parque circular, señalización vial con ángulos). • Deberán identificar qué propiedades aplicar y resolver los problemas. • Presentar soluciones con justificación y apoyo gráfico. • Fomentar el debate sobre diferentes estrategias para la resolución.	60 minutos	• Soluciones escritas y gráficos explicativos. • Discusión grupal y conclusiones compartidas con la clase.	Aplicar conocimientos geométricos a situaciones cotidianas y desarrollar habilidades argumentativas.
Tarea 4: Creación Colaborativa de un Mapa Conceptual	• En grupos, construirán un mapa conceptual que integre los conceptos de ángulo central, ángulo inscrito, tangentes, secantes, cuerdas y cuadriláteros inscritos. • Utilizarán colores y conexiones que representen relaciones y propiedades entre los elementos. • Prepararán una breve presentación para explicar su mapa a otros grupos. • Se fomentará la retroalimentación entre grupos para enriquecer el mapa.	50 minutos	• Mapa conceptual elaborado en papel o digital. • Explicación oral y discusión colaborativa.	Articular conocimientos geométricos y fortalecer la comprensión integradora del tema.

Desarrollo - Rubrica

Rúbrica para Evaluar el Proceso de Aprendizaje: "Explorando los Ángulos en la Circunferencia"

Criterios	Excelente (4 puntos)	Bueno (3 puntos)	Satisfactorio (2 puntos)	Necesita Mejorar (1 punto)
Comprensión de conceptos geométricos (ángulo central, ángulo inscrito, tangentes, secantes, cuerdas, cuadriláteros inscritos)	Demuestra comprensión profunda y precisa de todos los conceptos; explica relaciones con claridad y seguridad.	Comprende la mayoría de los conceptos y explica las relaciones con algunas dudas menores.	Reconoce los conceptos básicos pero presenta confusión en algunas definiciones o relaciones.	Tiene dificultades para identificar y explicar los conceptos básicos relacionados.
Aplicación del teorema del ángulo inscrito (demostración y uso en problemas)	Realiza demostraciones deductivas completas y aplica el teorema correctamente en problemas variados.	Realiza demostraciones con algunos pasos incompletos y aplica el teorema adecuadamente en problemas simples.	Intenta demostrar el teorema pero con errores importantes; aplica el teorema solo en casos muy guiados.	No logra realizar la demostración ni aplicar el teorema en ejercicios.
Razonamiento lógico y deductivo (organización de ideas, argumentación en equipo)	Contribuye activamente con razonamientos claros y bien estructurados; ayuda a guiar al equipo.	Expresa ideas de forma lógica; participa en la argumentación del equipo con aportes relevantes.	Presenta razonamientos básicos con dificultad para estructurar ideas; contribuciones limitadas.	No logra organizar ideas ni participar en la argumentación del equipo.
Trabajo colaborativo (participación, respeto, comunicación y cooperación)	Participa activamente, respeta las opiniones, fomenta la cooperación y comunica sus ideas claramente.	Participa de manera constante, respeta a los demás y coopera con el equipo.	Participa de forma irregular y a veces tiene dificultades para colaborar eficazmente.	No participa o dificulta el trabajo colaborativo del grupo.
Resolución de problemas (uso de conceptos y estrategias para resolver ejercicios)	Resuelve problemas complejos aplicando correctamente conceptos y estrategias variadas.	Resuelve problemas con algunos errores menores y utiliza estrategias adecuadas.	Resuelve problemas simples y necesita ayuda para aplicar conceptos y estrategias.	No logra resolver problemas y muestra dificultad para aplicar los conceptos aprendidos.

Criterios	Excelente (4 puntos)	Bueno (3 puntos)	Satisfactorio (2 puntos)	Necesita Mejorar (1 punto)
Conexión con otros temas de la currícula (articulación y formalización de relaciones)	Establece conexiones claras y precisas con otros temas, mostrando visión integral y formalización correcta.	Identifica algunas relaciones con otros temas y las explica con cierto grado de formalidad.	Reconoce conexiones superficiales, con explicaciones poco claras o incompletas.	No logra identificar ni explicar conexiones con otros temas.

Indicaciones para docentes: Utilice esta rúbrica para evaluar el progreso de los estudiantes a lo largo de las 4 sesiones. Se recomienda realizar evaluaciones formativas en cada sesión, promoviendo la retroalimentación inmediata y la reflexión grupal para fortalecer el aprendizaje colaborativo y fomentar la mejora continua.

Inicio - Diagnostico

Evaluación Diagnóstica Inicial

Duración: 5-10 minutos

Objetivo: Identificar los conocimientos previos de los estudiantes sobre conceptos básicos de geometría relacionados con ángulos en la circunferencia, para orientar el desarrollo de las sesiones posteriores.

- **Instrucciones para el docente:** Distribuir esta evaluación breve al inicio de la primera sesión. Se recomienda que los estudiantes respondan individualmente para reflejar su conocimiento previo y luego, si el tiempo lo permite, discutir algunas respuestas brevemente para activar sus ideas.

Preguntas de la Evaluación Diagnóstica

1. **Definición básica:** ¿Qué es una circunferencia? Descríbela brevemente.
2. **Identificación de elementos:** En un dibujo de una circunferencia con un centro marcado, nombra y señala con líneas o flechas los siguientes elementos:
 - Radio
 - Diámetro
 - Cuerda
 - Arco
3. **Ángulos en la circunferencia:** ¿Qué entiendes por ángulo central y ángulo inscrito en una circunferencia? Explica con tus palabras o con un ejemplo sencillo.
4. **Relaciones básicas:** Si el ángulo central que subtiende un arco mide 80° , ¿qué medida esperas que tenga un ángulo inscrito que subtienda el mismo arco?
5. **Problema simple para identificar ángulos:** En una circunferencia, si un ángulo central mide 100° , dibuja o señala cuánto mediría un ángulo inscrito que abarca el mismo arco y justifica brevemente.

Material de Apoyo para el Docente

- Preparar un esquema simple de una circunferencia con centro, radios, cuerdas y arcos para que los estudiantes puedan identificar los elementos en la pregunta 2.
- Permitir que los estudiantes usen lápiz y papel para hacer dibujos sencillos para las preguntas 3 y 5.
- Recolectar las respuestas para detectar conceptos no comprendidos o confusos, lo que guiará la profundización y refuerzo en las siguientes sesiones.