

# ¡Desafío Cuadrático! Dominando las Ecuaciones de Segundo Grado

Matemáticas | Estadística y Probabilidad | Aprendizaje Basado en Problemas

## Descripción

Este plan de clase tiene como propósito que los estudiantes de secundaria comprendan y dominen el concepto de las ecuaciones de segundo grado, un tema fundamental en matemáticas que conecta con la estadística y la probabilidad a través de problemas reales. Los alumnos aprenderán a identificar, plantear y resolver ecuaciones cuadráticas utilizando diferentes métodos, incluyendo factorización, fórmula general y completando el cuadrado. Además, desarrollarán habilidades de pensamiento crítico y análisis para aplicar estas ecuaciones en situaciones cotidianas, como calcular áreas, resolver problemas de movimiento o analizar datos probabilísticos.

La relevancia de este aprendizaje radica en que las ecuaciones cuadráticas son herramientas esenciales para modelar y resolver problemas en ciencias, tecnología, economía y en la vida diaria. La metodología de Aprendizaje Basado en Problemas fomenta el aprendizaje activo y colaborativo, haciendo que los estudiantes sean protagonistas de su propio aprendizaje y que desarrollen competencias matemáticas y de resolución de problemas que les serán útiles para su formación académica y personal.

## Objetivos de Aprendizaje

- Analizar problemas cotidianos y representar sus situaciones mediante ecuaciones de segundo grado.
- Resolver ecuaciones de segundo grado utilizando métodos algebraicos apropiados.
- Interpretar y verificar las soluciones obtenidas en contextos reales.
- Construir argumentos matemáticos para explicar los pasos y resultados al resolver ecuaciones cuadráticas.
- Colaborar en equipos para discutir y resolver problemas aplicados, fomentando el aprendizaje colectivo.

## Recursos Necesarios

- Pizarrón y marcadores o pizarras individuales para estudiantes (1 por cada 2 alumnos).
- Calculadoras científicas (1 por cada 3 estudiantes).
- Hojas de trabajo impresas con problemas contextualizados y ejercicios de ecuaciones de segundo grado (1 por estudiante).
- Proyector y computadora para mostrar videos y presentaciones.
- Acceso a videos breves explicativos sobre ecuaciones cuadráticas (YouTube o plataforma educativa).
- Material visual: tarjetas con ecuaciones y soluciones para actividades en grupo.

## Requisitos Previos

- Conocimiento básico de álgebra: operaciones con polinomios y resolución de ecuaciones de primer grado.
- Habilidad para manipular expresiones algebraicas y realizar factorizaciones simples.
- Capacidad de trabajo en equipo y comunicación efectiva.
- Familiaridad con el uso de calculadoras científicas.

## Actividades

### Sesión 1: Introducción y primeros pasos en las ecuaciones de segundo grado

#### Fase de Inicio

**Tiempo estimado: 15 minutos**

##### Propósito de la sesión:

Conectar con conocimientos previos y motivar a los estudiantes para iniciar el estudio de las ecuaciones de segundo grado, identificando su importancia y usos prácticos.

##### Activación de conocimientos previos:

- **Docente:** "¿Recuerdan cómo resolvimos ecuaciones de primer grado? Les voy a mostrar tres ecuaciones para que me digan cuál creen que es más difícil de resolver y por qué."
- **Estudiantes:** Observan y responden oralmente las preguntas sobre las ecuaciones propuestas (por ejemplo,  $2x+3=7$ ,  $x^2+5=9$ , etc.).

##### Motivación y enganche:

- **Docente:** Presenta un dato curioso: "¿Sabían que las ecuaciones cuadráticas se usan para calcular cosas tan diversas como la trayectoria de una pelota o el área de un terreno? Hoy vamos a descubrir cómo funcionan y a ser capos resolviéndolas."
- **Estudiantes:** Escuchan y realizan una breve lluvia de ideas sobre dónde podrían ver estas ecuaciones en la vida diaria.

##### Contextualización:

- **Docente:** Explica con ejemplos sencillos cómo las ecuaciones de segundo grado aparecen en situaciones reales, como calcular áreas o analizar movimientos.
- **Estudiantes:** Participan comentando ejemplos propios o propuestos por el docente.

#### Fase de Desarrollo

**Tiempo estimado: 95 minutos**

## Presentación del contenido:

Se introduce el concepto de ecuación de segundo grado a partir de un problema real planteado a los estudiantes, fomentando la exploración y el descubrimiento guiado.

### Actividad 1: Problema inicial - "El área del jardín cuadrado"

- **Objetivo:** Analizar problemas cotidianos y representar situaciones con ecuaciones de segundo grado.
- **Instrucciones:**
  - **Docente:** Presenta el siguiente problema: "Un jardín cuadrado aumenta 3 metros en cada lado y su área se incrementa en  $45 \text{ m}^2$ . ¿Cuál era la medida original del lado del jardín?"
  - Pide a los estudiantes que en grupos de 3-4 discutan y propongan cómo representar el problema mediante una ecuación.
  - Los estudiantes escriben la ecuación de segundo grado que representa el problema y la comparten con el grupo.
- **Organización:** Grupos de 3-4 estudiantes.
- **Producto:** Ecuación cuadrática escrita y justificación verbal del planteamiento.
- **Tiempo:** 30 minutos.
- **Rol del docente:** Observa la discusión, formula preguntas guía como: "¿Cómo llamaron al lado original? ¿Cómo expresaron el área nueva? ¿Qué relación establecieron entre las longitudes y áreas?"

### Actividad 2: Explorando métodos para resolver ecuaciones

- **Objetivo:** Resolver ecuaciones de segundo grado mediante diferentes métodos.
- **Instrucciones:**
  - **Docente:** Presenta tres métodos para resolver ecuaciones cuadráticas: factorización, fórmula general y completando el cuadrado, con ejemplos breves.
  - Dividir la clase en tres grupos, cada uno trabaja con un método asignado para resolver una ecuación diferente.
  - Cada grupo presenta su método y solución al resto de la clase, explicando paso a paso.
- **Organización:** Grupos de 4 estudiantes.
- **Producto:** Solución de la ecuación y explicación del método aplicado.
- **Tiempo:** 45 minutos.
- **Rol del docente:** Facilita la comprensión, corrige errores y fomenta que los grupos expliquen con claridad sus procedimientos.

### Actividad 3: Ejercicios prácticos con calculadora

- **Objetivo:** Interpretar y verificar soluciones de ecuaciones cuadráticas.
- **Instrucciones:**

- **Docente:** Entrega hojas de ejercicios con varias ecuaciones para resolver usando calculadora y verificar resultados.
- Los estudiantes trabajan en parejas para resolver y comprobar las soluciones.

- **Organización:** Parejas.

- **Producto:** Lista de soluciones correctas y comprobaciones con calculadora.

- **Tiempo:** 20 minutos.

- **Rol del docente:** Apoya con dudas, supervisa el uso adecuado de la calculadora y retroalimenta sobre la interpretación de resultados.

### Diferenciación:

- **Para estudiantes que terminan antes:** Resolver problemas adicionales que impliquen interpretar el signo del discriminante y discutir sus implicaciones.
- **Para estudiantes que requieren más apoyo:** Sesiones breves de tutoría en grupos pequeños para repasar conceptos básicos de álgebra y resolver ecuaciones de primer grado antes de avanzar.

### Transiciones:

Al terminar cada actividad, el docente hace un breve resumen de lo aprendido y plantea cómo el siguiente paso permitirá profundizar en la resolución y aplicación de ecuaciones cuadráticas, manteniendo la conexión con los problemas reales.

### Fase de Cierre

#### Tiempo estimado: 10 minutos

#### Síntesis:

- **Docente:** Propone un organizador gráfico colectivo en la pizarra donde los estudiantes aportan las partes de una ecuación cuadrática, métodos de solución y ejemplos.
- **Estudiantes:** Participan activamente completando el organizador y comentando los puntos clave.

#### Reflexión metacognitiva:

- ¿Qué método para resolver ecuaciones de segundo grado te pareció más sencillo y por qué?
- ¿Cómo sabes que la solución que encontraste es correcta y tiene sentido en el problema planteado?
- ¿En qué situaciones cotidianas podrías aplicar lo aprendido hoy?

#### Retroalimentación:

El docente brinda retroalimentación inmediata destacando los logros, aclarando dudas frecuentes y reforzando la importancia de entender cada paso para ser "capos" en ecuaciones.

#### Transferencia:

El docente anuncia que en la próxima sesión se resolverán problemas más complejos y se aplicarán las ecuaciones en contextos de estadística y probabilidad, invitando a los estudiantes a pensar en ejemplos que quieran explorar.

### **Tarea o reto:**

Resolver dos problemas adicionales que implican plantear y resolver ecuaciones cuadráticas, explicando cada paso y verificando las soluciones.

## **Sesión 2: Aplicando y profundizando en ecuaciones de segundo grado**

### **Fase de Inicio**

**Tiempo estimado: 10 minutos**

#### **Propósito de la sesión:**

Revisar lo aprendido en la sesión anterior y preparar a los estudiantes para aplicar las ecuaciones de segundo grado en problemas de estadística y probabilidad.

#### **Activación de conocimientos previos:**

- **Docente:** Realiza una encuesta rápida con preguntas como: ¿Qué es una ecuación de segundo grado? ¿Cuáles métodos recuerdan para resolverlas? ¿Qué dificultades tuvieron?
- **Estudiantes:** Responden oralmente y discuten brevemente en parejas.

#### **Motivación y enganche:**

- **Docente:** Presenta un video corto (3-4 minutos) donde se muestra cómo las ecuaciones cuadráticas predicen trayectorias en deportes o fenómenos naturales.
- **Estudiantes:** Observan y comentan cómo podrían relacionar esto con problemas matemáticos.

#### **Contextualización:**

- **Docente:** Explica que hoy se resolverán problemas vinculados con datos y probabilidades usando ecuaciones de segundo grado.
- **Estudiantes:** Preparan sus materiales para trabajar en equipo.

### **Fase de Desarrollo**

**Tiempo estimado: 100 minutos**

#### **Actividad 1: Resolviendo problemas de probabilidad con ecuaciones cuadráticas**

- **Objetivo:** Aplicar ecuaciones de segundo grado para resolver problemas relacionados con probabilidades y estadísticas.
- **Instrucciones:**

- **Docente:** Plantea el siguiente problema: "La probabilidad de que un evento ocurra es  $x$ , y la probabilidad de que no ocurra es  $x+0.2$ . Sabiendo que la suma de probabilidades es 1, encuentra  $x$ ."
- Los estudiantes trabajan en grupos para plantear la ecuación y resolverla.
- Solicita que expliquen cómo interpretan la solución y si tiene sentido dentro del contexto.
- **Organización:** Grupos de 3-4 estudiantes.
- **Producto:** Planteamiento y resolución del problema con justificación.
- **Tiempo:** 40 minutos.
- **Rol del docente:** Guía con preguntas como: "¿Cómo expresaron la suma de probabilidades? ¿Qué método eligieron para resolver? ¿Las soluciones son válidas en probabilidad?"

## Actividad 2: Taller de problemas variados

- **Objetivo:** Resolver ecuaciones cuadráticas en diversos contextos realistas.
- **Instrucciones:**
  - **Docente:** Distribuye hojas con problemas variados: cálculo de áreas, movimiento uniformemente acelerado, predicciones estadísticas.
  - Los estudiantes resuelven individualmente y luego discuten en parejas para comparar resultados.
  - Finalmente, se hace puesta en común en plenaria.
- **Organización:** Individual y parejas.
- **Producto:** Soluciones completas y análisis de errores comunes.
- **Tiempo:** 50 minutos.
- **Rol del docente:** Supervisa, corrige y orienta sobre interpretación y verificación de soluciones.

## Actividad 3: Juego de tarjetas "¿Ecuación o no?"

- **Objetivo:** Identificar correctamente ecuaciones de segundo grado y discutir su estructura.
- **Instrucciones:**
  - **Docente:** Reparte tarjetas con diferentes expresiones algebraicas, algunas ecuaciones de segundo grado, otras no.
  - En grupos, los estudiantes clasifican las tarjetas y justifican sus decisiones.
  - Discuten en plenaria las características clave de una ecuación cuadrática.
- **Organización:** Grupos de 3 estudiantes.
- **Producto:** Clasificación correcta y explicación verbal.
- **Tiempo:** 10 minutos.
- **Rol del docente:** Facilita la discusión y aclara dudas sobre la forma general de la ecuación cuadrática.

## Diferenciación:

- **Para estudiantes avanzados:** Proponer problemas que involucren interpretación del discriminante y casos con soluciones complejas.
- **Para estudiantes con dificultades:** Ofrecer apoyo guiado durante las actividades y material de repaso visual y paso a paso.

### **Transiciones:**

Antes del cierre, el docente resalta los aprendizajes clave de las actividades y conecta con la importancia de comprender y aplicar las ecuaciones en distintos contextos.

## **Fase de Cierre**

### **Tiempo estimado: 10 minutos**

### **Síntesis:**

- **Docente:** Solicita a cada estudiante escribir en un "ticket de salida" tres cosas que aprendieron, una duda que tengan y cómo aplicarán lo aprendido.
- **Estudiantes:** Escriben y entregan sus tickets.

### **Reflexión metacognitiva:**

- ¿Qué método para resolver ecuaciones de segundo grado prefieres y por qué?
- ¿Cómo te ayudó trabajar en grupo para entender mejor los problemas?
- ¿En qué situaciones reales crees que usarás las ecuaciones cuadráticas?

### **Retroalimentación:**

El docente lee algunas respuestas del ticket de salida y da comentarios personalizados, reforzando conceptos y aclarando dudas comunes.

### **Transferencia:**

Se invita a los estudiantes a buscar ejemplos en su entorno donde puedan aplicar las ecuaciones cuadráticas y a compartirlos en la próxima clase o foro digital.

### **Tarea o reto:**

Preparar un breve informe o presentación sobre un problema real que pueda resolverse con una ecuación de segundo grado, explicando el planteamiento y solución.

## **Evaluación**

### **Tipo de evaluación:**

- **Diagnóstica:** Al inicio de la sesión 1, mediante preguntas activadoras para conocer conocimientos previos.

- **Formativa:** Durante las actividades de desarrollo en ambas sesiones, a través de observación directa, preguntas guía y revisión de productos parciales.
- **Sumativa:** Al cierre de la sesión 2, mediante el análisis de los tickets de salida y la presentación o informe de la tarea final.

#### **Criterios de evaluación:**

- Capacidad para plantear correctamente una ecuación de segundo grado a partir de un problema real (objetivo 1).
- Habilidad para aplicar métodos adecuados y resolver ecuaciones cuadráticas con precisión (objetivo 2).
- Interpretación correcta de las soluciones en contextos reales y verificación de resultados (objetivo 3).
- Claridad y coherencia en la explicación de procedimientos matemáticos (objetivo 4).
- Participación activa y colaboración efectiva en actividades grupales (objetivo 5).

#### **Instrumentos sugeridos:**

- Lista de cotejo para evaluar participación y colaboración.
- Rúbrica para valorar planteamiento, resolución y explicación de problemas.
- Observación directa durante actividades.
- Autoevaluación y coevaluación en actividades grupales.
- Revisión del portafolio o cuaderno con ejercicios y tareas.

#### **Evidencias de aprendizaje:**

- Ecuaciones planteadas y resueltas correctamente en actividades grupales e individuales.
- Explicaciones orales y escritas que demuestran comprensión del proceso.
- Tickets de salida con reflexiones personales sobre el aprendizaje.
- Informe o presentación final que muestra aplicación práctica del tema.

## **Enriquecimientos**

### **Inicio - Contextualizar**

#### **Contextualización para la fase de inicio**

Imagina que estás planeando organizar un torneo de videojuegos con tus amigos, y necesitas repartir los premios de manera justa según el número de participantes. O quizás quieras diseñar un pequeño jardín en casa y calcular el área que ocupará para que las plantas crezcan bien. Estas situaciones pueden parecer simples, pero en realidad involucran problemas que se pueden resolver con las **ecuaciones de segundo grado**, una herramienta matemática muy poderosa y útil.

Las ecuaciones de segundo grado no solo aparecen en la escuela, sino que se usan en muchas áreas como la ingeniería, la economía, la informática e incluso en los deportes para analizar trayectorias o predecir resultados. Por ejemplo, cuando un jugador lanza una pelota, la trayectoria que sigue forma una parábola, que se puede describir con una ecuación cuadrática.

Durante estas dos sesiones, vamos a descubrir cómo estas ecuaciones pueden ayudarte a resolver problemas reales y a tomar decisiones más acertadas. No te preocupes si al principio parecen complicadas; juntos iremos paso a paso para que las entiendas y las puedas aplicar en situaciones que te interesan.

¡Prepárate para convertirte en un experto solucionador de problemas! Aquí comienza tu desafío cuadrático.

## Inicio - Contextualizar

### Contextualización para la Fase de Inicio

¿Alguna vez te has preguntado cómo los ingenieros diseñan las rampas para los skateparks o cómo los científicos predicen la trayectoria de una pelota cuando juegas fútbol o baloncesto? Todo esto está relacionado con las **ecuaciones de segundo grado**, también llamadas ecuaciones cuadráticas, que nos ayudan a entender y predecir movimientos y formas en el mundo real.

Imagina que estás en un parque con tus amigos y quieren construir una rampa para hacer trucos con la bici o el patín. Para que la rampa sea segura y divertida, es necesario calcular su forma exacta. Las ecuaciones cuadráticas son la herramienta matemática que permite hacer esos cálculos para que la rampa tenga la curva perfecta.

Además, estas ecuaciones aparecen en muchas otras situaciones cotidianas y actuales, como:

- Diseñar videojuegos donde los personajes saltan y aterrizan.
- Calcular trayectorias en deportes, como el baloncesto o el fútbol.
- Planificar la construcción de puentes y edificios para que sean seguros y resistentes.
- Resolver problemas de economía y finanzas, como calcular ganancias o pérdidas.

En estas dos sesiones, te convertirás en un verdadero experto en ecuaciones cuadráticas. No solo aprenderás a resolverlas, sino que también descubrirás cómo aplicarlas a situaciones reales que afectan tu vida y tus intereses. Prepárate para enfrentar retos, trabajar en equipo y usar tu creatividad para ser un auténtico *capo* en matemáticas. ¡Vamos a comenzar esta aventura matemática que te ayudará a entender mejor el mundo y a tomar decisiones inteligentes en tu día a día!

## Inicio - Contextualizar

### Contextualización para la Fase de Inicio

Imagina que estás organizando una competencia de videojuegos con tus amigos, y para diseñar el puntaje final necesitas entender cómo ciertas variables influyen en el resultado. O piensa en una pista de skate donde la forma de una rampa se puede describir con una curva que sigue una ecuación matemática. ¿Sabías que muchas cosas que ves y usas a diario, desde lanzar una pelota hasta diseñar una app, pueden ser entendidas mejor usando ecuaciones de segundo grado?

En esta clase, vamos a descubrir cómo las ecuaciones cuadráticas nos ayudan a resolver problemas reales y cotidianos, como calcular trayectorias, optimizar recursos o analizar datos. Estas herramientas matemáticas no solo están en los libros, sino que son claves para entender el mundo que nos rodea y para desarrollar habilidades que te

harán sentir capaz y seguro frente a desafíos.

Vamos a comenzar con situaciones reales para que veas lo útiles que son las ecuaciones cuadráticas, y juntos aprenderemos a dominarlas para que puedas aplicarlas en diferentes contextos, desde juegos hasta proyectos escolares o incluso en tus intereses personales.