Módulo pedagógico 1 de Matemática

Los curiosos números irracionales

Bloques curriculares: Álgebra y funciones. Geometría y medida. Estadística y probabilidad

Noveno grado EGB

Hipaso y los números irracionales

Hipaso, un estudiante de Pitágoras, al intentar escribir la raíz de 2, descubrió los números irracionales. Esto causó gran conmoción entre los pitagóricos, que pensaban que podían escribir toda la Geometría con números racionales. Tal descubrimiento causó una fragmentación de la escuela de Pitágoras, y se formaron dos grupos: los *matemáticos*, dirigidos por Pitágoras, y los *acusmáticos*, acompañados por Hipaso de Metapont. Se cree que esto provocó que Hipaso fuera expulsado de la escuela y que lo sepultaran para siempre.

Se debe considerar que el estudio de la geometría para los griegos, y en especial para los pitagóricos, era algo parecido a profesar una religión muy sagrada. Una religión de armonía y proporciones.

Con base en este acontecimiento, se tiene una leyenda sin respaldo histórico fuerte, en la que se señala que en un día tormentoso en el mar de la costa de Grecia, desde un barco navegando por aquellas aguas fue arrojado un hombre por la borda con la intención de que muriera ahogado. Su nombre es Hipaso de Metaponto, y su delito, haber descubierto la irracionalidad de $\sqrt{2}$.

Mineduc / Freepik

- ¿Consideramos que la actuación de los pitagóricos frente al descubrimiento de Hipaso fue la más acertada?
- ¿Creemos que tuvieron razones suficientes para hacer eso?

Los curiosos números irracionales

¿Qué entendemos cuando nos dicen que algo es irracional? ¿Aplica esto a los números irracionales?

¿Quién sabe qué es una potencia? ¿Sofi sabes qué es la raíz de un número?

¿André, conoces el teorema de Pitágoras?

¿Te imaginas escribir un número que nunca se acabe y que sus cifras no se repitan?

Mineduc

Son un subconjunto de los números reales y resultan de las raíces que no son exactas. Además, son decimales infinitos que no tienen períodos.

El conjunto de los números racionales unido al conjunto de los números irracionales da como resultado el conjunto de los números reales.

Observamos:

Número	Expresado en fracción	Racional / Irracional
$\sqrt{25}=5$	$\frac{5}{1}$	Racional
25	$\frac{25}{100}$	Racional
0,666	$\frac{2}{3}$	Racional
$\sqrt{2}\approx 1{,}41421356237309504880...$	No se puede, tiene decimales infinitos no periódicos	Irracional
$\sqrt{11}\approx 3{,}31662479...$	No se puede, tiene decimales infinitos no periódicos	Irracional

Conjunto de los números irracionales

Nombre del número irracional	Representación gráfica	Valor
Pi	π	3,141592653589...
El número de Euler, también llamado Neperiano	e	2,718281828459...
Número de oro	Φ	1,6180339887498...
Muchas raíces, cuadradas, cúbicas, etc., que no sean exactas.		$\sqrt{2}\approx 1{,}44213562$ $\sqrt[3]{99}\approx 4{,}626065009$

Igualdad y aproximación: Hay una diferencia muy importante entre el símbolo $=$ y el símbolo $\approx$. Se utiliza $=$ cuando el valor es absolutamente exacto y puede ser escrito en su totalidad. Se utiliza $\approx$ cuando se aproxima al valor verdadero.

Recordemos

Los números racionales e irracionales son subconjuntos de los números reales. Los racionales pueden escribirse como fracciones y los irracionales no. En los racionales existen decimales periódicos. *Periódico* significa que sus cifras decimales se repiten. Los números irracionales son no periódicos, es decir, sus decimales no se repiten nunca. En un número irracional jamás se terminarían de escribir todos sus decimales.

¿Cual es el número irracional que más hemos utilizado hasta ahora?

Representación gráfica de los números irracionales en la recta numérica

¿Se puede representar gráficamente un número irracional?

Todos los números, racionales e irracionales, se pueden representar en la recta numérica. Para la representación de los números irracionales nos apoyaremos en el *teorema de Pitágoras*.

En el caso de los irracionales $\sqrt{a}$, conociendo que a representa un número natural, se puede representar al descomponer el número natural en la suma de sus cuadrados.

Trabajemos paso a paso

Ejemplo 1

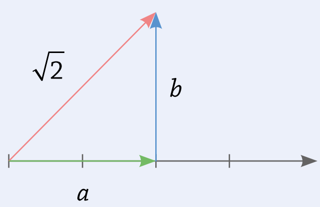
Representar gráficamente el número irracional $\sqrt{2}$ en la recta numérica.

Paso 1: Utilizando la fórmula del teorema de Pitágoras, se descompone la raíz en la suma de sus cuadrados.

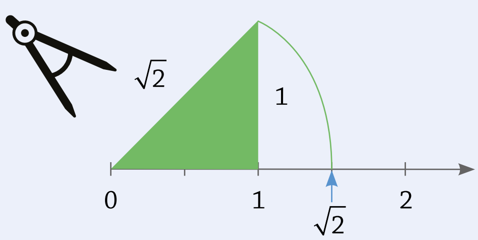
$$c=\sqrt{a^2+b^2}$$
$$\sqrt{2}=\sqrt{(?)^2+(?)^2} \quad \xrightarrow{\text{porque:}} \quad =\sqrt{1^2+1^2}$$
$$\sqrt{2}=\sqrt{1^2+1^2} \qquad =\sqrt{1+1} \qquad =\sqrt{2}$$

Se toma en cuentaen cuenta que 1 y 1 son lo que miden los catetos que hay que ubicar.

Paso 2: Se dibuja la recta numérica y, empezando desde el punto 0, se mide 1 unidad hacia la derecha, que corresponde al cateto a. En el extremo del cateto a se ubica en forma vertical el cateto b, que corresponde a 1 unidad. La hipotenusa resulta de la unión de los extremos: catetos $a + b$ igual $\sqrt{2}$.



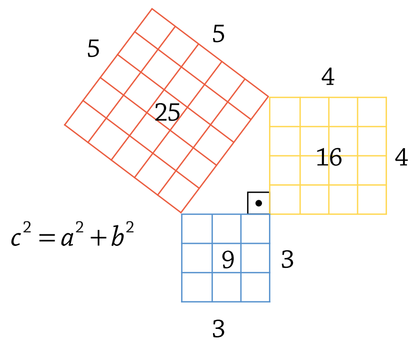
Paso 3: Para ubicar la $\sqrt{2}$ en la recta numérica se utiliza el compás. Haciendo centro en 0 y extremo en b se traza un arco que corte la recta y se encuentra el punto deseado.



Teorema de Pitágoras

En todo triángulo rectángulo la hipotenusa al cuadrado será igual a la suma de los cuadrados de sus catetos.

$c^2=a^2+b^2$

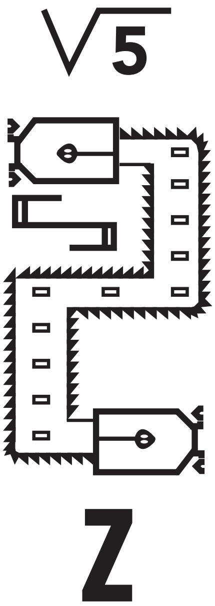


Valor: Pensamiento crítico

Los números irracionales nacen como la necesidad de explicar muchos números que **no** pueden ser representados como una fracción. Además, al conjunto de los números irracionales no hay forma de poderlos contar. En muchas proporciones geométricas del Universo están siempre presentes los números irracionales. Si se traza cualquier circunferencia con un compás allí estará presente un número irracional.

Existen figuras arqueológicas de origen Quitu Qara a las que los investigadores han relacionado con la existencia de la raíz de dos y otras que contienen otros números irracionales. Investigo más acerca de estas figuras.

El descubrimiento de Hipaso corresponde a un referente en el desarrollo del conocimiento científico clásico, sin embargo se conoce de investigaciones que afirman que estos descubrimientos están presentes en la arqueología encontrada en la cultura Quitu Cara que podría demostrar que la magnitud de estos números también formaba parte de los saberes de estos pueblos.



Mineduc

De acuerdo con lo investigado, ¿considero que la cultura y el conocimiento andino pudo tener información acerca de estos números?

Sin utilizar la calculadora, aproximo el valor de la raíz de 5. ¿Considero que así lo hacían los pueblos antiguos?

Ejemplo 2

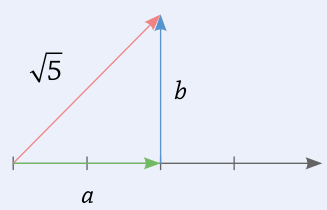
En las festividades de un cantón de Manabí se tiene por costumbre realizar, cada año, competencias entre las diferentes familias de los recintos. Las pruebas para cada ocasión las pone la reina del lugar. Este año, la prueba consistió en que la familia que primero encontraba el valor de la $\sqrt{5}$ se llevaba el reconocimiento general, con la condición de que no utilizaran calculadora y lo demostraran gráficamente. La familia que ganó realizó el siguiente proceso:

Paso 1: Utilizando la fórmula del teorema de Pitágoras, se descompone la raíz en la suma de sus cuadrados.

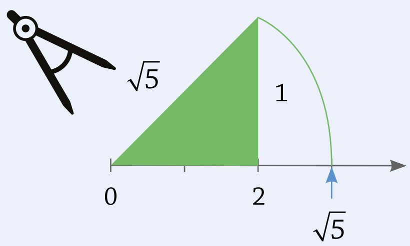
Se toma en cuenta que 2 y 1 son lo que miden los catetos que hay que ubicar.

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$
$$\sqrt{5} = \sqrt{(?)^2 + (?)^2}$$
$$\sqrt{5} = \sqrt{(2)^2 + (1)^2} \quad \xrightarrow{\text{porque:}} \quad = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$$

Paso 2: Se dibuja la recta numérica y, empezando desde el punto 0, se miden 2 unidades hacia la derecha, lo que corresponde al cateto *a*. En el extremo del cateto *a* se ubica en forma vertical el cateto *b*, que corresponde a 1 unidad. La hipotenusa resulta de la unión de los extremos: catetos *a* + *b*, igual a $\sqrt{5}$.



Paso 3: Para ubicar la $\sqrt{5}$ en la recta numérica se utiliza el compás. Haciendo centro en 0 y extremo en *b*, se traza un arco que corte la recta y se encuentra el punto deseado.



$\sqrt{5} \approx 2.2...$

Ejemplo 3

Representar gráficamente el número irracional $\sqrt{11}$ en la recta numérica.

Paso 1: Utilizando la fórmula del teorema de Pitágoras, se descompone la raíz en la suma de sus cuadrados.

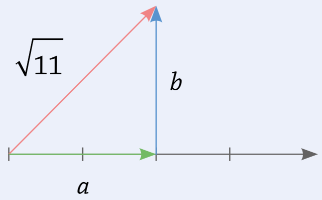
Se toma en cuenta que 3 y 2 son lo que miden los catetos que hay que ubicar.

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$
$$\sqrt{11} = \sqrt{(?)^2 + (?)^2}$$
$$\sqrt{11} = \sqrt{(3)^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2}$$

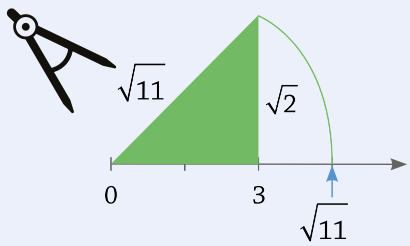
porque: $\longrightarrow$

$$= \sqrt{3^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2}$$
$$= \sqrt{9 + 2}$$
$$= \sqrt{11}$$

Paso 2: Se dibuja la recta numérica y, empezando desde el punto 0, se mide 3 unidades hacia la derecha, que corresponden al cateto *a*. En el extremo del cateto *a* se ubica en forma vertical el cateto *b*, que corresponde a $\sqrt{2}$. La hipotenusa resulta de la unión de los extremos: catetos $a + b$, igual a $\sqrt{11}$.



Paso 3: Para ubicar la $\sqrt{11}$ en la recta numérica se utiliza el compás. Haciendo centro en 0 y extremo en *b*, se traza un arco que corte la recta y se encuentra el punto deseado.



$\sqrt{11} \approx 3.3...$

La propiedad clausurativa de una operación con respecto a un conjunto indica que si se suman, restan, multiplican o dividen dos elementos de un conjunto, su respuesta sigue en el mismo conjunto. Es decir, cuando se operan elementos, su respuesta permanece en el mismo conjunto; esto es, su respuesta no sale de ese "mundo".

Cuando decimos la palabra *mundo*, es lo que en Matemática se le suele llamar espacio. Un espacio es un conjunto en el cual hay un determinado grupo de leyes, es como un país y sus ciudadanos. Por ejemplo, los enteros y sus reglas para sumarlos y restarlos. Usando una analogía, los números enteros son los ciudadanos y las operaciones aritméticas las leyes.

Pensemos

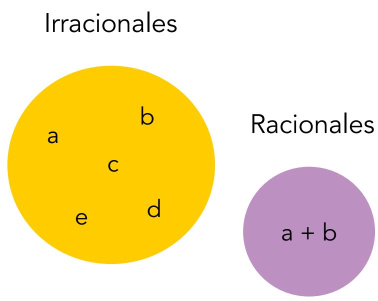
Las operaciones en los irracionales no poseen la propiedad clausurativa. Se les dice que no son cerrados. Por ejemplo:

$\pi + 1$ es un número irracional

$-\pi$ es un número irracional

$\pi + 1 - \pi = 1$

Y la respuesta, el número 1, ¡es un número racional! Es decir, la respuesta saltó de "mundo".



¿Se pueden encontrar otros ejemplos donde al operar dos números irracionales la respuesta ya no sea un irracional?

¿La representación de un número irracional en la recta numérica es un punto exacto?

Practiquemos

1 Representar gráficamente el número irracional $\sqrt{10}$ en la recta numérica.

a)

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\sqrt{10} = \sqrt{(?)^2 + (?)^2}$$

$$\sqrt{10} = \sqrt{(3)^2 + (?)^2}$$

porque: ⟶

b) y **c)**

2 Representar gráficamente el número irracional $\sqrt{14}$ en la recta numérica.

a)

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\sqrt{14} = \sqrt{(?)^2 + (?)^2}$$

$$\sqrt{14} = \sqrt{(?)^2 + \left(\sqrt{5}\right)^2}$$

porque: ⟶

b) y **c)**

3 Representar gráficamente el número irracional $\sqrt{7}$ en la recta numérica.

a)

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\sqrt{7} = \sqrt{(?)^2 + (?)^2}$$

$$\sqrt{7} = \sqrt{(?)^2 + \left(\sqrt{\ }\right)^2}$$

porque: ⟶

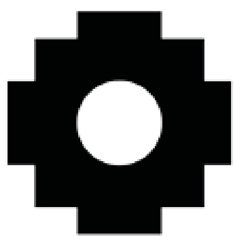
b) y **c)**

Valor: Interculturalidad

En una escuela de una comunidad de la provincia de Chimborazo, los estudiantes de noveno año, con la ayuda de su profesor de Matemática, van a dibujar una chacana en un espacio de la institución, para lo cual deben primero trazar una circunferencia de 6 metros de radio. Mientras están realizando la circunferencia, el profesor pregunta a sus estudiantes, ¿cómo determinarían ustedes el valor del número irracional pi sólo conociendo el valor del radio y teniendo una piola para poder delimitar la circunferencia? Tres estudiantes dieron sus respuestas:

- Sonia dice que el valor de pi es igual al doble del radio.
- Laura dice que el valor de pi se determina dividiendo el valor del perímetro de la circunferencia para su radio
- Isabel dice que el valor de pi se determina dividiendo el valor del perímetro de la circunferencia para su diámetro.

Determino el nombre de la estudiante que tiene razón encontrando la respuesta mediante un cálculo matemático.



Ejercicios propuestos

1 Represento gráficamente los números irracionales en la recta numérica. Utilizo una recta para cada ejercicio.

a. $\sqrt{6}$

b. $-\sqrt{10}$

c. $\sqrt{17}$

d. $-\sqrt{20}$

2 Formamos grupos de trabajo y representamos gráficamente los números irracionales en la recta numérica. Utilizamos una recta para cada ejercicio.

a. $\sqrt{12}$

b. $-\sqrt{34}$

c. $-\sqrt{39}$

d. $\sqrt{65}$

3 Los siguientes ejercicios muestran los valores de los catetos o de la hipotenusa. Utilizando el teorema de Pitágoras, determino la respuesta e indico si la respuesta es un número irracional o no.

a. Cateto = 5, cateto = 3. Encuentro la hipotenusa.

b. Cateto = 3, hipotenusa = 6. Encuentro el otro cateto.

c. Hipotenusa = 5, cateto = 4. Encuentro el otro cateto.

d. Cateto = 5, cateto = 7. Encuentro la hipotenusa.

e. Hipotenusa = 13, cateto = 12. Encuentro el otro cateto.

f. Hipotenusa = 8, cateto = 6. Encuentro el otro cateto.

Al considerar los literales c. y e se puede determinar que son diferentes a las demás respuestas. Estos literales son ejemplos de lo que se denomina ternas pitagóricas.

Investigo un poco sobre el tema y, con el uso del teorema de Pitágoras, doy un ejemplo de terna pitagórica y explico la respuesta. ¿Qué diferencia existe entre las respuestas de los demás literales y la respuesta de los literales c y e? ¿Te parecen curiosos estos resultados? ¿Crees que estas ternas tienen algo especial o algún tipo de belleza?

4 Se sabe que el conjunto de números irracionales es mucho más grande que el conjunto de los números racionales, es decir, hay muchos más números irracionales que números racionales. A la cantidad de números que un conjunto tiene se le llama *cardinalidad*.

Respondo las siguientes preguntas.

a. ¿Considero que si resto dos números irracionales, la respuesta es otro irracional?

b. Miro la siguiente operación.

$$\frac{\pi}{1+\pi}$$

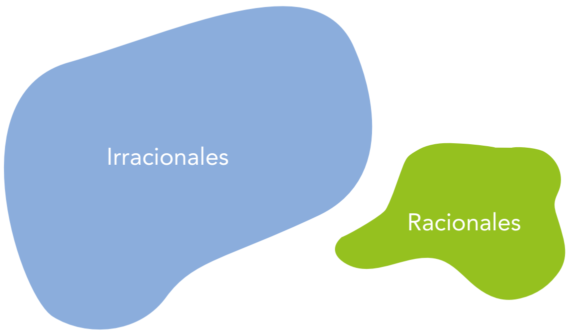
Se sabe que π es un número irracional y $1 + \pi$ es otro número irracional. Cuando se divide, el resultado aproximado de esa fracción es otro número irracional. ¿Puedo afirmar entonces que la división de dos números irracionales da siempre como respuesta otro número irracional?

c. ¿Puedo contar los números irracionales? ¿Por qué?

d. Los números racionales sí se pueden contar. ¿Considero que esa cuenta llega en algún momento a tener un fin? ¿Cuál es el último número racional?

¿Detecto algunas contradicciones?

e. Los racionales o fraccionarios están formados por la división de 2 números enteros. ¿Qué conjunto creo es más grande, el de los enteros o el de los racionales? Es decir, ¿cuál tiene mayor cardinalidad?



Pensemos

No se pueden extraer raíces cuadradas de números negativos. Estas respuestas no se encuentran en los conjuntos de números que se han venido estudiando.

Estos números sí existen, pero se aprenderán en años superiores.

$$\sqrt{?}$$

Mediciones y variables

¿Alguna vez hemos participado en una encuesta? ¿Podemos mencionar ejemplos de encuestas?

Recordemos

Una muestra es una porción más pequeña extraída de la población total. Por ejemplo, para averiguar cuál es la estatura promedio de los ecuatorianos, no se debe medir a todos los ciudadanos, basta con medir a un grupo diverso seleccionado de varios lugares, edades, orígenes, etc. Es decir, se toma una muestra.

Dato curioso

La Estadística también era llamada la ciencia del Estado, debido a que antiguamente se utilizó en los primeros censos de la población.

La Estadística busca obtener conclusiones con base en la información y datos recolectados, para esto utiliza la Matemática.

Mineduc / Freepik

Glosario

datos. Información concreta sobre hechos, elementos, etc., que permite estudiarlos, analizarlos o conocerlos.

susceptible. Que tiene las condiciones necesarias para que suceda o se realice aquello que se indica

La estadística es una ciencia que utiliza conjuntos numéricos, denominados datos. A partir de la sistematización de estos datos, se realizan varios análisis e interpretaciones matemáticas, con las que se pueden hacer conclusiones, emitir juicios de valor y recomendaciones, para una mejor utilización de la información.

Los conjuntos numéricos pueden darse según diversas proporciones afirmativas, como:

- La estatura de la estudiante de un curso.
- Valores de tabla de servicios básicos de una provincia.
- La calidad del servicio de una institución educativa.

Estos datos se pueden recolectar a partir de una población o una muestra representativa.

Población.- Es el conjunto total de datos u objetos de estudio, el cual se usará para delimitar un problema. La población de estudio por lo general es muy amplia, por eso, para finalidades estadísticas, solo se toma una parte de ella.

Tomar toda la población tiene algunas problemáticas, como:

- El tiempo para el análisis de todos los datos es muy largo.
- El costo de la recolección y análisis es muy elevado.
- La tabulación y operacionalización es muy compleja.

Muestra.- Es un subconjunto de la población, es decir, una parte de esta. El estudio se realiza sobre la base de estos datos.

Variable estadística.- Es la característica específica de la población que va a servir como base para el estudio. Esta variable debe ser susceptible de ser medida cuantitativa o cualitativamente. Para el estudio, tomará el nombre de *dato*.

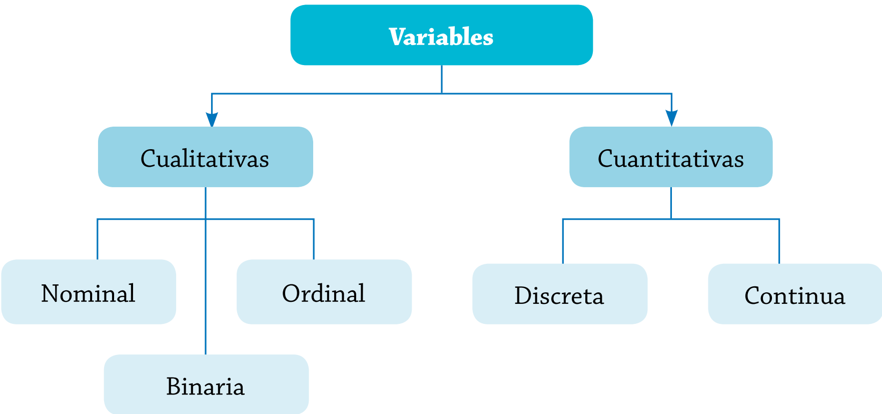
A continuación se numeran algunos ejemplos de población y de variable estadística:

Población	Variable estadística
Estudiantes de secundaria de la ciudad de Guayaquil	Asignatura preferida
Equipos del campeonato ecuatoriano de fútbol	Equipos de la Sierra
Habitantes de la provincia de Chimborazo	Número de personas menores de 15 años

Bloque de conexión: Estadística y Probabilidad

Clasificación de las variables estadísticas

En función de la clase de valor que pueden tener las variables estadísticas, se clasifican como en el siguiente cuadro:



Variables cualitativas

Son aquellas que se pueden representar de forma numérica.

Tomando el ejemplo anterior, la asignatura preferida de los estudiantes de Chimborazo puede ser: Matemática, Ciencias Naturales, Estudios Sociales, Lengua y Literatura, Educación Cultural y Artística, etc.

Variable cualitativa nominal

Los valores que toma la variable no tienen un orden o clasificación como tal. Puede ser cualquier característica, de acuerdo con el criterio de selección.

Ejemplo 1

Colores: azul, rojo, amarillo, verde

Profesiones: ingeniero, profesor, arquitecto, doctor

Estado civil: soltero, casado, unión libre, viudo

Variable cualitativa ordinal

Los valores que toma la variable permiten un orden o clasificación de los datos de la muestra.

Ejemplo 2

Grado de enfermedad: grave, leve, moderado, máximo

Nivel de estudio: primaria, secundaria, tercer nivel

Calidad de servicio: malo, bueno, muy bueno, excelente

Variable cualitativa binaria

Está constituida únicamente por dos valores y no existe ningún otro resultado viable. Tampoco se pueden dar las dos posibilidades al mismo momento ni implica ningún nivel de orden o jerarquía.

Ejemplo 3

Una persona: está enferma o sana, es adulta o es infante, introvertida o extrovertida.

Recordemos

Para poder recolectar datos, se tiene una variedad de instrumentos; por ejemplo, entrevista, encuesta, cuestionario, observación, etc.

Valor: Rigurosidad en la información

En la selección de la muestra se debe realizar una recolección de los datos tomando en cuenta el tipo de variable que se utilice y la precisión. Si no existe veracidad, por ejemplo si los encuestados mienten, el análisis que se haga no será el adecuado.

Freepik

Pensemos

Identificamos el tipo de variables que se están midiendo cuando afirmamos algo como:

25 ingenieros casados tienen gripe moderada y 14 científicos solteros tienen gripe leve. En los ingenieros se ha detectado la presencia del virus AH1N1 y en los científicos no.

Volcán Cotopaxi

Variables cuantitativas

Son aquellas que pueden ser representadas de forma numérica, como en el ejemplo propuesto al inicio.

Se puede indicar la cantidad de personas mayores de edad en la provincia de Cotopaxi.

Rango de edad	2010	%
De 10 a 14 años	20 710	11,1%
De 5 a 9 años	49 074	10,7%
De 0 a 4 años	45 264	9,9%

Fuente: INEC, 2010.

Variables cuantitativas discretas

Son aquellos valores numéricos exactos; esto es, números enteros positivos o negativos, los cuales no pueden ser decimales y deben pertenecer al objeto de estudio. Es decir, deben estar dentro de los valores que tengan sentido con la variable, valores permisibles.

¿Puede una familia tener 5,5 integrantes?

Ejemplo 4

- El número de hijos de una familia puede ser 1, 2, 3. Pero no puede ser 1,5 ni 2,3.
- El número de aros de un equipo de baloncesto puede ser 20, 30, etc. Pero no puede ser 20,5; 28,2, etc.
- El número de países que conforman los más ricos pueden ser 5, 12 o 20 países. Pero no tiene sentido; por ejemplo, decir que los 12,3 países son los más ricos del mundo.
- El número de canales a los cuales una persona está suscrita en YouTube pueden ser 10, 24 o 100. Pero no es correcto indicar que está suscrita a 18,3 canales en YouTube.

Contestemos

Si se consideran los números irracionales: ¿Qué tipo de variable son? ¿Cuantitativa discreta o cuantitativa continua?

Variables cuantitativas continuas

Son aquellos valores numéricos que pueden tomar valores inexactos; es decir, que pueden tomar cualquier tipo de valores, inclusive decimales infinitos. Estos valores deben también tener sentido con la variable; esto es, ser admisibles.

Ejemplo 5

- La estatura de los estudiantes de 3° de Bachillerato General Unificado del Colegio Nacional Conocoto puede ser: 1,62; 1,68; 1,69; 1,70, etc.
- La cantidad de litros de leche que dan las vacas de una hacienda de Pujilí diariamente son: 14,2 litros; 15,6 litros; 20,8 litros; 16,7 litros; etc.
- El ingreso que un padre o madre de familia lleva mensualmente al hogar puede ser: $400; $550,5; $1 914,5; $1 253,8; etc.
- La velocidad a la cual va un automóvil puede ser un número continuo, por ejemplo: 17,5 km/h, 58,7 km/h, 96,6 km/h, 180,2 km/h.

Pensemos

Pedro tiene que realizar una investigación acerca de la salud de un estanque de peces.

El biólogo a cargo le indica que debe tomar datos de su peso y su longitud. ¿Son variables continuas o discretas? Si le indica que cuente el número de peces en el estanque, ¿qué tipo de variable es?

¿Sería válido tomar datos como peces pequeños, medianos o grandes? ¿Peces bonitos o peces feos?

Practiquemos

1 Completo la tabla que se indica a continuación con la variable estadística que corresponde y su respectiva subclasificación.

Ejemplo	Variable estadística	Subclasificación
	Cuantitativa	Continua
a. Velocidad de un automóvil que viaja de Cuenca a Loja.		
b. Número de hijos de una familia.		
c. Tiempo diario que tarda un niño en ir a la escuela.		
d. Número de goles anotados por un jugador en una etapa.		
e. Litros de gasolina consumidos por un automóvil todos los días, por un mes.		
f. Color de ropa de las personas en la calle.		
g. Aprovechamiento de los estudiantes de primaria de la escuela.		

2 Escribo ejemplos de variables cualitativas nominal, binaria y ordinal.

a. Nominal:

b. Binaria:

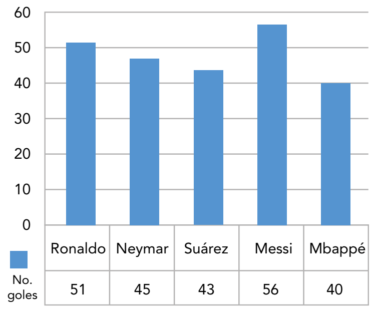
c. Ordinal:

Recordemos

Representación gráfica

Para entender una variable estadística, es muy útil valernos de un gráfico. Estos nos dicen mucho y de una forma más rápida que lo que haría una tabla de datos; por ejemplo, la variable número de goles anotados por un jugador, en el siguiente gráfico:

No. goles



A simple vista identificamos.

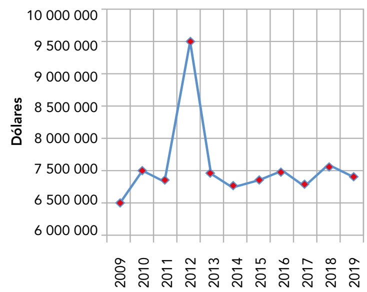
¿Cuál es el mayor goleador? ¿Qué jugadores están más cercanos al mayor goleador?

Recordemos

Valores atípicos

Un valor atípico es un tipo de dato que es o muy pequeño o muy grande comparado con los demás.

Ingresos Anuales



En el gráfico se indican las ventas de cada año de una empresa petrolera. El eje vertical indica en millones de dólares el monto de las ventas. ¿En qué año el gráfico muestra el valor atípico? Si las ventas se redujeran casi a cero en un determinado año, ¿esto sería un dato atípico?

Aprendamos

Mi primera encuesta

Supongamos que deseamos levantar una encuesta de opinión entre los compañeros de nuestra clase acerca del trabajo del profesor de Cultura Física.

¿Qué tipo de variable debemos utilizar? Si alguien nos sugiere preguntar el nombre o datos de quien la llena, ¿consideramos correcto hacerlo o es mejor que la encuesta sea anónima?

Freepik

Consideremos

Tamaño de la muestra

La empresa Camarón Sabroso en Machala desea saber el estado de salud de sus piscinas camaroneras. Se sabe que existen alrededor de 1 millón de camarones en todas las piscinas. Un biólogo desea verificar la salud de los camarones, por lo que tomará una muestra. ¿Qué número de camarones debe ser utilizado para la muestra?

- 400 000 camarones
- 16 000 camarones
- Todos los camarones

Freepik

Ejercicios propuestos

1 Lleno el siguiente cuadro indicando cuál es la población y cuál es la variable estadística para cada caso planteado.

a. Comida preferida por los trabajadores del Ministerio de Salud.

b. Número de pupitres en cada clase del colegio de Ibarra.

c. Tiempo que tardan en cubrir una ruta los buses de una cooperativa de transportes.

d. Grado de conocimiento adquirido por los participantes de un concurso de capacitación de Mecánica Automotriz.

Población	Variable estadística

2 Determino de qué tipo son las variables del ejercicio anterior.

3 Realizo un cuadro donde identifico los diferentes tipos de variables a los que pertenece cada caso.

a. Número de mascotas en una familia.

b. Tiempo que tarda un bus en viajar de Quito a Latacunga.

c. Estado civil de las personas que trabajan en una empresa camaronera de Machala.

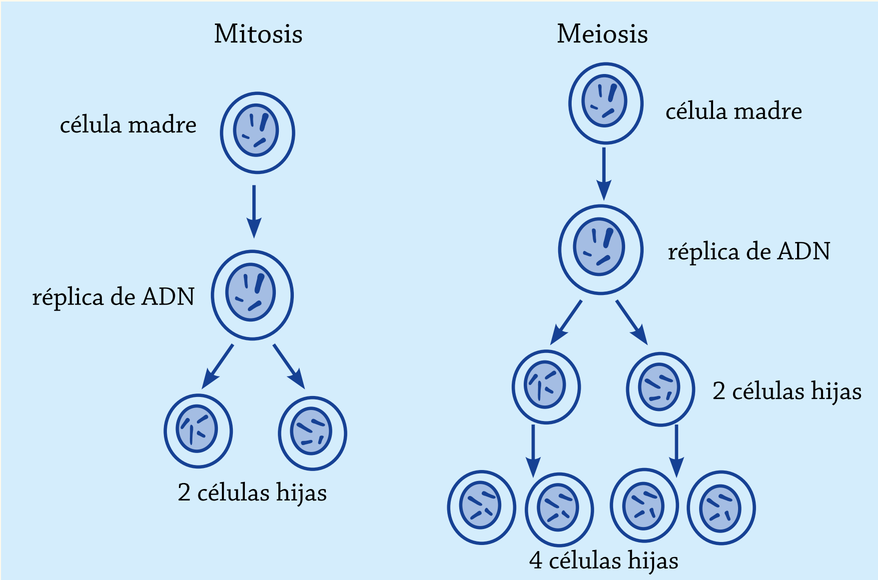
d. Calidad del servicio que ofrece una cadena de comida rápida.

Ejemplo	Variable estadística	Subclasificación

Ciencias Naturales

La mitosis

La *mitosis* es el proceso en el cual, a partir de una célula madre, mediante una *división*, se da origen a dos células hijas, que son exactamente *iguales*. Estas células hijas crecen, se desarrollan y reemplazan a las células madre, que ya han cumplido su ciclo y se encuentran viejas o desgastadas. En cambio, la *meiosis* es el proceso que se da en las gónadas y su objetivo es crear las células *sexuales* (óvulos y espermatozoides). En este proceso se dará origen a cuatro células hijas haploides, que *no son iguales* a la madre. Tanto en la mitosis como en la meiosis se practica el ejercicio de dividir –operación básica de la Matemática–, además de formar una amplificación de número, de la que resultan las células hijas.



Mineduc

En este enlace se explica la diferencia entre números racionales e irracionales: https://youtu.be/CwfaVT4n0SY

Lengua y Literatura

La historia de Pi

Investigo de dónde apareció el número Pi (π) y escribo una historieta de dos párrafos sobre lo que entendí.

Actividades evaluativas

Nivel de logro 1 - Comprensión

Actividad individual

1 Escribo frente a cada número si es racional o irracional.

a. $\frac{3}{4}$

b. 0,857142857...

c. – 0,2020202...

d. $\sqrt{7}$

e. - 5,8309518...

f. 0,58457...

g. 0,12341234...

h. – 0,20202...

i. – 0,67677...

j. – 0,78788...

Nivel de logro 2 - Resolución de problemas

Actividad individual

2 Represento gráficamente los números irracionales en la recta numérica y escribo su valor aproximado.

a. $\sqrt{31}$

d. $\sqrt{19}$

b. $\sqrt{11}$

e. $\sqrt{45}$

c. $\sqrt{17}$

f. $-\sqrt{8}$

Nivel de logro 3 - Innovación

Actividad individual

3 Escribo tres ejemplos de variables cualitativas binarias.

4 Elaboro un mapa conceptual de las variables cuantitativas, con sus respectivos ejemplos.

Realizo mi autoevaluación a partir de lo estudiado en el módulo.

Autoevaluación

Reflexiones	Marco con ✓ el aprendizaje alcanzado			
	Sí, lo hago muy bien	Sí, pero puedo mejorar	Lo hago con dificultad	Necesito ayuda para hacerlo
¿Distingo los números racionales de los irracionales?				
¿Puedo graficar los números irracionales?				
¿Qué entiendo por variable estadística?				

Los matemáticos argumentan que la proporción de oro no es la fórmula para la belleza

Si usted ha leído *El Código Da Vinci* de Dan Brown, estará familiarizado con la noción de la proporción áurea, es decir, la idea de que existe una proporción que se refleja en los objetos estéticamente más agradables del Universo, desde el Partenón griego y las Pirámides de Egipto, hasta en los patrones de crecimiento de las plantas o en la sonrisa de la Mona Lisa.

Esta relación fue descrita por primera vez por el matemático Euclides en el siglo III a. C. [...]Numéricamente, es aproximadamente 1,618033... y, a menudo, se la refiere por la letra griega φ (phi).

Sin embargo, los matemáticos han respondido y han llamado a esta idea "de película mágica", de que la proporción áurea es una especie de "huella digital natural" para la belleza, y un "mito que se niega a desaparecer"; como informa Ian Johnston para el diario británico *The Independent*.

"La idea de que hay un rectángulo [basado en la proporción áurea] perfecto y que se refleja en el cuerpo humano, es una de las cosas más ingenuas. Los seres humanos somos muy diferentes", dijo Eve Torrence, matemática en el Randolph-Macon College en los EE. UU. "No hay ese tal número que tenga esa perfección en la forma en que la gente piensa que lo hace. Se siente horrible para los matemáticos. Todo esto es una locura".

Sin embargo, eso no quiere decir que la proporción de oro en sí no sea importante. La proporción se presta para producir estructuras bien equilibradas, y ha sido utilizada por artistas y arquitectos a lo largo de los siglos. También se observa en los patrones de crecimiento en espiral de helechos y ciertas conchas marinas.

Pero eso no significa que sea más atractivo que cualquier otra proporción, dijo Johnston Keith Devlin, un matemático de la Universidad de Stanford. La evidencia muestra que las personas tienden a favorecer las proporciones a las que se han acostumbrado, como aquellas que reflejan un papel de tamaño A4 o una pantalla de computadora. Johnston explica: "También la idea popular de que el ombligo divide el cuerpo humano de acuerdo con la proporción áurea es falsa. Las cifras están cerca, pero hay una variación considerable".

Las teorías de que el Partenón de Atenas y la Gran Pirámide de Egipto se construyeron de acuerdo con la proporción áurea también se han refutado. "La proporción de oro está en el reino de las creencias religiosas. La gente argumentará que es verdad porque lo creen, pero simplemente no es un hecho", dijo Johnston.

Johnston explica: "También dijo que la idea popular de que el ombligo divide el cuerpo humano de acuerdo con la proporción áurea es falsa. Las cifras están cerca, pero hay una variación considerable".

Las teorías de que el Partenón de Atenas y la Gran Pirámide de Egipto se construyeron de acuerdo con la proporción áurea también se han refutado, dijo. "La proporción de oro está en el reino de las creencias religiosas. La gente argumentará que es verdad porque lo creen, pero simplemente no es un hecho".

Y cuando se trata de lo que los humanos encuentran atractivo, los biólogos han descubierto que hay mucho más en juego que solo geometría, como hormonas y educación cultural, que juegan un papel importante en lo que se considera hermoso.

Fuentes

- Fiona MacDonald, 29 abr 2015, Mathematicians Argue That The 'Golden Ratio' Is NOT The Formula For Beauty, Science Alert, artículo 59554.
- https://www.sciencealert.com/mathematicians-argue-that-the-golden-ratio-is-not-the-formula-for-beauty
- Por si quieres saber más y te gusta el inglés, mira este artículo científico acerca de los mitos sobre el número de oro: George Markowsky. The College Mathematics Journal, Vol. 23, No. 1 (Jan., 1992), pp. 2-19
- http://community.dur.ac.uk/bob.johnson/fibonacci/miscons.pdf
- Recuperado de: Dory Gascueña, 15 marzo 2017, Fibonacci y la proporción áurea: ¿Geometría divina?, Open Mind BBVA, articulo 31359
- https://www.bbvaopenmind.com/ciencia/matematicas/fibonacci-y-la-proporcion-aurea-geometria-divina/
- Recuperado de: John Brownlee, 13 de abril 2015, The Golden Ratio: Design's Biggest Myth, Fast Company, artículo
- https://www.fastcompany.com/3044877/the-golden-ratio-designs-biggest-myth